ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME X. AVRIL 1955. N° 40.

TOME X — AVRIL 1955 — N° 40

ANNALES
DE
RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T. S. F.

COMPAGNIES FRANÇAISES

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (CSF)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE (SFR)
RADIO-FRANCE (RF)
RADIO-ORIENT (RO)
COMPAGNIE RADIO-MARITIME (CRM)
COMPAGNIE D'APPLICATIONS MÉCANIQUES A L'ÉLECTRONIQUE, AU CINÉMA ET A L'ATOMISTIQUE (CAMECA)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE-AFRIQUE (SFRA)
SOCIÉTÉ ANONYME LE CONDENSATEUR CÉRAMIQUE (LCC)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES MÉTAUX ÉLECTRONIQUES (CIME)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES CÉRAMIQUES ÉLECTRONIQUES (CICE)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

Rédacteur scientifique : M. Robert WARNECKE

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F., Centre d'Information et de Documentation, 10, rue Carducci, Paris (19e).

PRINCIPES DES CIRCUITS A TRANSISTORS

PAR J. P. VASSEUR,

Département « Semi-Conducteurs » de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Sans prétendre apporter beaucoup d'éléments nouveaux, cette étude a pour but de décrire les principes essentiels des circuits à transistors et de faire ressortir les analogies et les différences de ces circuits et des circuits à lampes qui sont supposés bien connus. Les propriétés communes ne seront donc que mentionnées alors que les caractéristiques particulières aux transistors seront examinées plus en détails. Les transistors à pointes et à jonctions sont étudiés en parallèle.*

Après un exposé très sommaire des principes physiques nécessaires à la compréhension du fonctionnement des transistors, on détermine leur fonctionnement à faible niveau et en basse fréquence à l'aide d'un schéma équivalent. Ceci permet, en y ajoutant la description des procédés d'alimentations et de polarisation, d'aboutir aux schémas types d'amplificateurs et d'oscillateurs. Le bruit des transistors et leur fonctionnement en haute fréquence sont examinés à part. Une mention spéciale est faite des propriétés de symétrie spéciales aux transistors et permettant des montages très élégants, impossibles à reproduire avec des lampes.

Enfin, la dernière partie est consacrée aux basculateurs, principalement aux basculateurs à résistances négatives, réalisés avec un seul transistor à pointes. (C.D.U. : 621.3.011 : 621.314.7.)

SUMMARY. — *Without pretending to introduce much in the way of new elements, this study has for object the description of the fundamental principles of transistor circuits and the presentation of analogies and differences between these circuits and those of well understood electron tubes. Common properties will therefore only be briefly mentioned while characteristics special to transistors will be examined in greater detail. Point-contact and junction transistors are considered side by side.*

After a very brief exposition of physical principles necessary to a proper understanding of the mode of operation of transistors, their low-level operation at low frequency is determined by means of an equivalent circuit. By adding to this information the description of supply and bias arrangements, typical amplifier and oscillator circuits can be devised.

Transistor noise and H. F. performance are examined separately. Special mention is made of the properties of symmetry peculiar to transistors which permit attractive circuits to be devised which could not be reproduced with tubes.

Finally, the last part deals with flip-flops, and mainly with negative resistance flip-flops, obtainable with a single point-contact transistor. (U.D.C. : 621.3.011 : 621.314.7.)

INTRODUCTION.

Depuis l'apparition du transistor en 1948, la fabrication et l'emploi de ce nouvel élément se sont considérablement développés.

On trouve aujourd'hui sur le marché de nombreux types de transistors différents et de caractéristiques bien définies. On commence même à vendre au grand public du matériel équipé de transistors, par exemple des amplificateurs pour sourds et, très récemment, des récepteurs de radiodiffusion.

L'emploi des transistors est très attrayant et ouvre une ère nouvelle dans le domaine de la subminiaturisation. Ce sont en effet des éléments minuscules, ils ne nécessitent pas de courant de chauffage, ils peuvent travailler sous des tensions très faibles et avec un rendement excellent. Enfin, ils sont très robustes et leur durée de vie est pratiquement illimitée.

Le fait d'utiliser les transistors ne change pas les principes de base des appareils radioélectriques déjà réalisés avec des lampes. Les fonctions et les principes généraux des circuits restent les mêmes. Toutefois, les caractéristiques des transistors sont assez éloignées de celles des lampes et conduisent à des schémas souvent différents d'apparence. Le remplacement des lampes par des transistors ne peut donc pas être une simple transposition.

Ce sont les principes de cette opération que l'étude suivante va s'efforcer de dégager.

I. PRINCIPES PHYSIQUES DES TRANSISTORS [1].

1.1. Semi-conducteurs.

Un grand nombre d'éléments et de composés sont semi-conducteurs, toutefois actuellement seul le germanium et le silicium présentent l'ensemble de propriétés nécessaires pour faire de bons transistors. Le germanium est d'ailleurs d'un emploi beaucoup plus courant que le silicium. Nous ne parlerons donc dans la suite que du germanium, le cas du silicium étant tout à fait analogue.

Le germanium est situé, comme le silicium, dans la quatrième colonne de la classification périodique. Seuls les électrons de valence interviennent dans les phénomènes étudiés ici et l'on peut donc considérer l'atome de germanium (ou de silicium) comme formé d'un noyau de charge + 4 autour duquel gravitent quatre électrons.

Le germanium cristallise dans le système du diamant, c'est-à-dire que chaque noyau est au centre d'un tétraèdre régulier dont les sommets

Fig. 1.

sont quatre autres noyaux, et échange un électron avec chacun de ses quatre voisins pour compléter sa couche périphérique à huit électrons. La figure 1 donne une représentation plane d'un cristal de diamant, de silicium ou de germanium, les cercles figurent les noyaux de charge + 4 et les traits les électrons périphériques.

L'énergie nécessaire pour arracher un de ces électrons de façon à provoquer une conductibilité électrique est assez grande (0,72 eV pour le germanium), de sorte qu'aux très basses températures tous les électrons restent liés aux atomes et le corps est isolant.

En fait, à la température ambiante l'énergie thermique de vibrations du réseau est assez grande pour libérer quelques électrons, de sorte qu'une certaine conductibilité apparaît, toutefois assez faible (100 ohm-cm pour le germanium).

Un tel cristal, pur et parfait, n'offre pas grand intérêt pratique. Il suffit cependant d'y ajouter des traces infimes d'impuretés pour en modifier radicalement les propriétés.

Introduisons par exemple dans le germanium des traces d'un corps de la cinquième colonne tel que l'arsenic ou l'antimoine (*fig.* 2). Les atomes

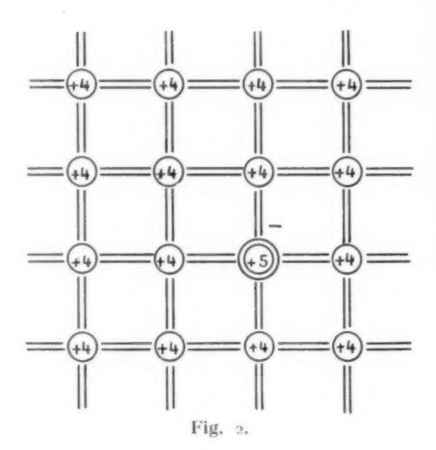


Fig. 2.

d'impuretés se substitueront dans la réseau aux atomes de germanium, mais ne pourront échanger que quatre électrons avec les atomes voisins.

Le cinquième électron est très faiblement lié au noyau (quelques centièmes d'électron-volt), de sorte que la moindre agitation thermique suffit à l'arracher et qu'il se trouve pratiquement libre. Il existe donc dans le cristal des noyaux de charge + 5 et un nombre égal d'électrons libres. La présence de ces électrons diminue considérablement la résistivité du cristal, et il suffit de concentration en impuretés de l'ordre de quelques 10^{-9} pour obtenir les résistivités usuelles de quelques ohms-centimètre.

Un tel cristal où la conductibilité se fait par électrons est dit du type *n*.

Si l'on avait introduit une impureté de la troisième colonne, comme l'indium ou le gallium (*fig.* 3),

Fig. 3.

un noyau d'impuretés substitué dans le réseau n'aurait pu échanger que trois électrons avec ses voisins. Il suffit encore d'une très faible énergie pour qu'un électron appartenant à deux noyaux de germanium voisins du noyau d'impuretés vienne se coupler à ce noyau et au noyau de germanium voisin, de sorte que ce défaut d'électron peut se propager de proche en proche exactement comme s'il s'agissait d'une charge positive.

Ces manques d'électrons peuvent être considérés comme des particules appelées trous positifs; leurs propriétés sont voisines de celles des électrons; en particulier leur masse et leur mobilité sont du même ordre de grandeur et leur charge est $+ 1$.

Des concentrations en impuretés de la troisième colonne de l'ordre de quelques 10^{-9} abaissent donc également considérablement la résistivité d'un cristal de germanium. Dans ce cas, la conductibilité est due à des trous positifs et le semi-conducteur est dit du type *p*.

En dehors de ces porteurs majoritaires (électrons dans un semi-conducteur *n*, trous dans un semi-conducteur *p*), il existe toujours quelques rares porteurs minoritaires (trous dans un semi-conducteur *n*, électrons dans un semi-conducteur *p*). On démontre d'ailleurs que le produit des concentrations de ces deux types de porteurs est constant pour un semi-conducteur donné, les concentrations étant égales dans le semi-conducteur pur appelé alors intrinsèque. Ces porteurs minoritaires jouent un rôle fondamental dans le fonctionnement des transistors.

Par suite de l'agitation thermique, les porteurs libres d'un cristal de germanium se déplacent d'une façon erratique. Ils cheminent en ligne droite jusqu'à ce qu'ils rebondissent sur un atome et repartent alors en ligne droite avec une direction et une vitesse quelconque jusqu'à la prochaine collision. A la température ambiante le libre parcours moyen est de l'ordre d'un millier d'atomes.

Les porteurs minoritaires ne subsistent pas indéfiniment. La probabilité qu'ils soient détruits par rencontre directe d'un porteur majoritaire de signe opposé est pratiquement nulle à cause de la très faible densité de ces porteurs.

On admet que le cristal contient d'autres défauts, des centres de recombinaison, qui capturent d'abord un porteur d'un type, puis un porteur de l'autre type qui vient se détruire avec le premier. Les porteurs minoritaires ont donc une durée de vie limitée, de quelques microsecondes à quelques millisecondes dans le germanium. Pendant sa vie, un porteur minoritaire subit d'ailleurs un grand nombre de chocs contre des atomes du réseau.

Par le processus inverse, un centre de recombinaison peut créer une paire électron-trou, chacun partant ensuite de son côté. Ceci est nécessaire pour que la densité des porteurs minoritaires reste constante dans un cristal à l'équilibre.

Le problème de préparer du germanium pour faire des transistors consiste donc à obtenir des monocristaux pratiquement sans défaut pour obtenir une durée de vie élevée et contenant des traces dosées d'impuretés pour obtenir une résistivité donnée. Des méthodes très délicates ont été mises au point permettant maintenant d'obtenir ces résultats à l'échelle industrielle.

1.2. **Jonction** *n-p*.

Une jonction *n-p* est constituée par un morceau de monocristal de germanium dont une partie est du type *n*, et le reste du type *p*.

Les électrons libres de la région *n* situés au voisinage de la jonction diffusent dans la région *p* en laissant une charge d'espace positive due aux centres d'impuretés ionisés et fixes. Cette charge d'espace repousse les trous de la région *p* voisins de la jonction.

Par le même mécanisme, il se crée une charge d'espace négative au voisinage de la jonction dans la région *p*, et cette charge d'espace repousse les électrons de la région *n* voisins de la jonction.

Il en résulte un champ électrique s'étendant légèrement de part et d'autre d'une jonction à

l'équilibre. Ce champ est nécessaire pour éviter que l'attraction des trous et des électrons ne crée une diffusion continuelle de l'un vers l'autre, ce qui produirait un courant permanent dans une jonction au repos.

On voit sur la figure 4 *a* l'allure du potentiel électrostatique correspondant à ce champ existant dans une jonction, *n-p* isolée et à l'équilibre.

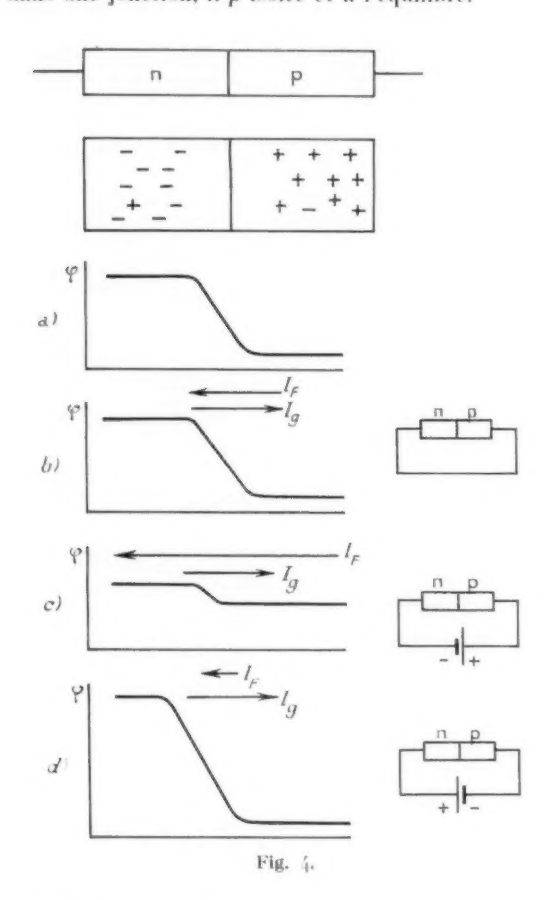


Fig. 4.

Toujours à l'équilibre (*fig.* 4 *b*), c'est-à-dire la jonction n'étant pas polarisée par une source extérieure, certains trous de la région *p* gagnent assez d'énergie par agitation thermique pour franchir la barrière de potentiel et pour passer dans la région *n*. La plupart de ceux-ci retombent rapidement dans la région *p* et ne produisent aucun effet, mais quelques-uns pénètrent plus profondément dans la région *n* et se recombinent au bout d'un certain temps avec un des électrons normalement présents. Le mouvement de ces trous correspond à un courant I_f dirigé de la région *p* vers la région *n*.

Cependant, il est nécessaire qu'en absence de polarisation extérieure le courant global dans la jonction soit nul et donc qu'il existe un autre courant I_g égal et opposé à I_f.

Cet autre courant provient des trous créés spontanément dans la région *n* par les centres de recombinaison. Les trous créés assez près de la jonction descendent facilement la barrière de potentiel et tombent dans la région *p*.

Si l'on applique à la jonction une polarisation extérieure telle que la région *p* soit positive (*fig.* 4 *c*), la barrière de potentiel est abaissée et le courant I_f des trous passant de la région *p* à la région *n* est considérablement augmenté. Au contraire, le courant I_g des trous créés dans la région *n* et tombant dans la région *p* n'est sensiblement pas modifié, de sorte que la jonction laisse passer un courant global considérable, elle se comporte comme une résistance très faible.

Si au contraire on applique à la jonction une polarisation extérieure telle que la région *p* soit négative (*fig.* 4 *d*) la barrière de potentiel est élevée et le courant I_f est très vite pratiquement réduit à zéro. Le courant I_g continue à traverser la jonction qui est ainsi parcourue par un faible courant inverse et se comporte comme une grande résistance.

Le mouvement des électrons est tout à fait analogue à celui des trous, il se produit en sens inverse et correspond donc à un courant de même sens.

Au total, une jonction *n-p* se comporte comme un redresseur. Si I_s est la somme des courants I_g provenant des trous et des électrons, on démontre que le courant I traversant la jonction s'exprime par

$$I = I_s \left(e^{\frac{qv}{kT}} - 1 \right),$$

où

$$\frac{kT}{q} = 0{,}025 \text{ V} \quad \text{à la température ambiante.}$$

La caractéristique d'une telle diode a l'allure de la figure 5 *a* où l'on notera que l'échelle des courants n'est pas la même en inverse et en direct.

Pratiquement, on peut considérer qu'une telle diode produit une chute de tension constante en direct dès que le courant est un peu élevé et laisse passer un courant constant en inverse dès que la tension inverse dépasse une fraction de volt. Toutefois, lorsque la tension inverse devient trop élevée un phénomène de claquage brusque se produit et la diode laisse très rapidement passer un courant considérable.

Il faut enfin noter que les variations usuelles de température ne modifient pas sensiblement la caractéristique directe ni la tension de claquage,

mais que le courant inverse de saturation augmente exponentiellement avec la température ambiante; ce courant inverse est multiplié par 2 pour une

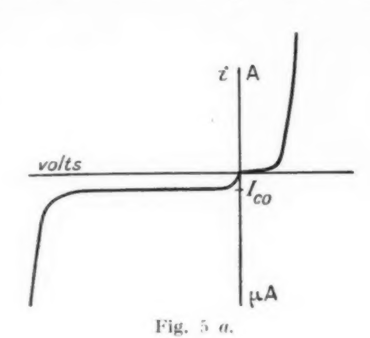


Fig. 5 *a*.

élévation de température de 11° C environ (5,5 °C pour le silicium) (*fig.* 5 *b*).

Un autre effet intéressant est que le voisinage immédiat de la jonction ne contient pratiquement

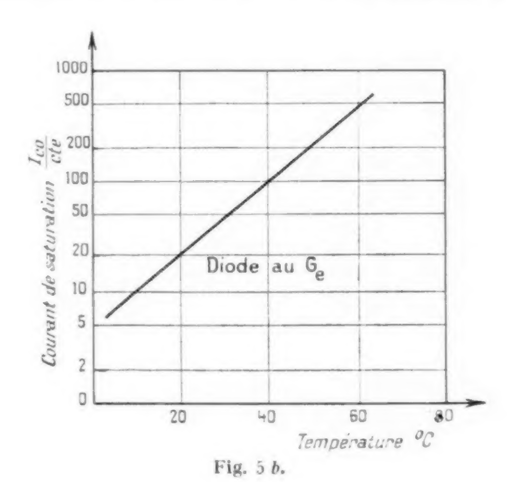


Fig. 5 *b*.

aucun porteur libre. C'est une « zone de dépression » où la charge d'espace due aux atomes d'impuretés n'est pas compensée, ce qui correspond précisément au champ électrique existant dans cette région.

L'application d'un champ électrique inverse à la jonction en écarte encore plus les porteurs libres et augmente donc la largeur de la zone de dépression. Par ailleurs, cette zone s'étend d'autant plus loin que le germanium est résistant; en effet, moins le germanium contient d'impuretés ionisées, plus il faut aller loin pour obtenir la charge d'espace nécessaire.

Cet effet a été utilisé systématiquement dans les transistors unipolaires (§ 1.9). Il permet en outre d'expliquer la capacité de la jonction, la zone de dépression jouant à peu près le rôle d'un diélectrique entre les deux régions *n* et *p* jouant le rôle de conducteurs.

On comprend ainsi que la capacité d'une jonction polarisée dans le sens inverse diminue quand la polarisation augmente (environ comme $v^{-\frac{1}{2}}$).

1.3. **Transistor à jonctions** [2], [3].

Un transistor à jonctions est constitué par un morceau de monocristal séparé en trois tranches dont les types de conductibilité sont alternativement opposés. Il existe donc deux sortes de transistor (*fig.* 6), le transistor *n-p-n* comprenant une

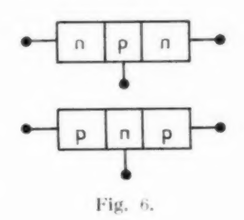


Fig. 6.

tranche *p* entre deux tranches *n*, et le transistor *p-n-p* ayant la disposition inverse. Les fonctionnements de ces deux éléments sont identiques à condition de changer le signe de tous les courants et de toutes les tensions pour passer de l'un à l'autre. Les performances sont très analogues.

Considérons par exemple un transistor *p-n-p*. En l'absence de polarisations extérieures, l'énergie potentielle des trous le long du transistor a l'allure de la figure 7 *a*. Pour l'utilisation, on polarise le collecteur par une tension négative et l'on applique par exemple un signal entre la base et l'émetteur (*fig.* 7 *b*).

En l'absence de courant émetteur, le circuit collecteur est donc traversé par un courant très faible provenant des rares trous positifs réussissant à passer de l'émetteur à la base, et des trous créés dans la base par agitation thermique. Soit I_{co} ce courant inverse de la jonction collecteur.

Quand l'émetteur est rendu légèrement positif, la barrière de potentiel entre l'émetteur et la base est abaissée de sorte qu'un grand nombre de trous est injecté dans la base. Après diffusion dans la base, ces trous descendent la barrière base-collecteur et atteignent le collecteur vers lequel ils sont attirés.

En principe, tout le courant injecté dans l'émetteur passe donc dans le collecteur.

En pratique, il n'en est pas tout à fait ainsi, car d'une part une partie du courant émetteur est constituée par des électrons venant de la base, et d'autre part un certain nombre de trous injectés

Fig. 7.

par l'émetteur n'arrivent pas au collecteur, mais se recombinent avec des électrons, soit dans la base, soit à la surface du transistor. Si α est la fraction du courant émetteur qui parvient au collecteur, le fonctionnement du transistor est à peu près décrit par la relation

$$I_c = I_{c0} + \alpha I_e;$$

I_c, courant collecteur;
I_e, courant émetteur.

Pour un transistor parfait, on aurait $\alpha = 1$; les valeurs usuelles se situent entre 0,90 et 0,99, et des valeurs aussi élevées que 0,998 ont été obtenues.

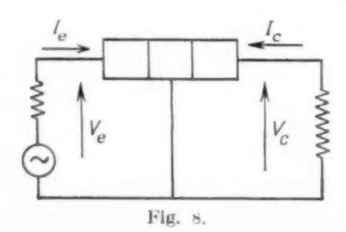


Fig. 8.

En prenant les conventions de signe indiquées sur la figure 8, les courbes caractéristiques d'un transistor *p-n-p* ont l'allure indiquée sur la figure 9.

On remarque que les courbes du collecteur sont très analogues à celles d'une pentode et que la

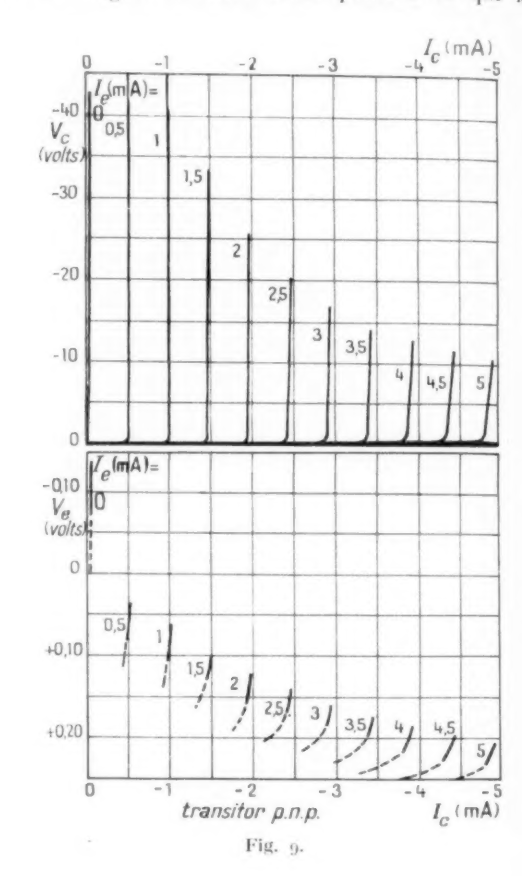


Fig. 9.

tension émetteur-base est toujours très faible, de l'ordre de quelques dixièmes de volt, et peut être le plus souvent considérée comme nulle.

La linéarité de ces caractéristiques est très bonne et persiste jusqu'à des tensions de l'ordre de 0,1 V (*fig.* 10), ce qui permet de faire fonctionner correctement un transistor avec une source de moins de 1 V.

Rappelons enfin que les caractéristiques d'un transistor *n-p-n* sont identiques aux signes près.

1.4. **Transistors à pointes** [2], [4], [5].

Un autre procédé de fabrication des transistors, et historiquement le premier, consiste à disposer deux pointes voisines sur un monocristal de germa-

nium (*fig.* 11). Le collecteur subit un traitement de formage consistant à y faire passer un courant important pendant un temps très court.

Le fonctionnement est analogue à celui des transistors à jonctions. En prenant par exemple le germanium de type *n*, le collecteur est polarisé

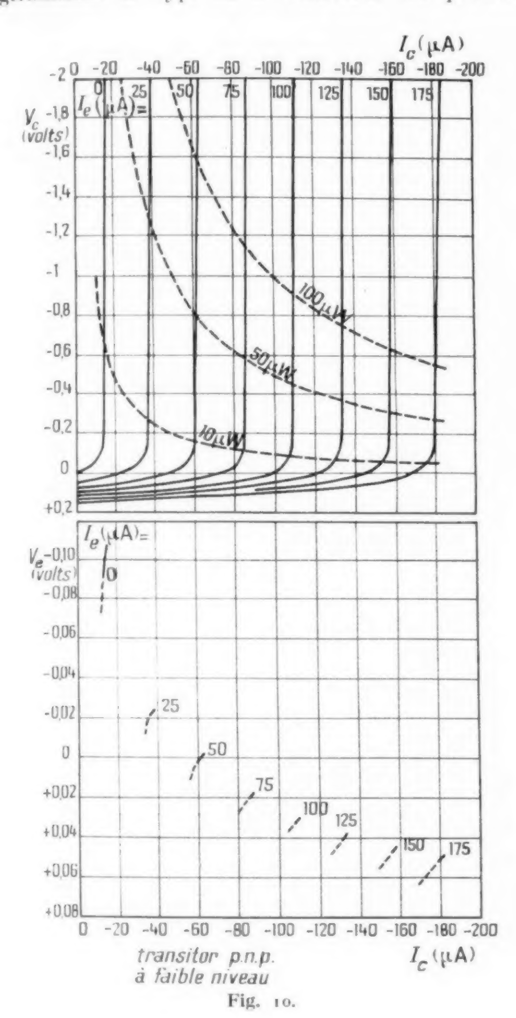


Fig. 10.

négativement et les trous injectés par l'émetteur quand on y fait passer un courant qui le rend positif diffusent dans la base et sont attirés par le collecteur. On constate toutefois que le courant collecteur est supérieur au courant émetteur, c'est-à-dire que le gain de courant $\alpha = \frac{\Delta I_c}{\Delta I_e}$ est supérieur à 1, les valeurs usuelles variant de 2 à 5.

Ce fait est assez difficile à expliquer; on a par exemple supposé que le voisinage immédiat de la pointe collecteur étant du type *n*, le formage crée une couche *p* entre cette région et la masse de la base du type *n*. Cet ensemble collecteur se comporte alors comme un transistor à jonctions émetteur à la terre qui a donc un gain de courant. Selon cette idée, un transistor à pointes serait analogue au

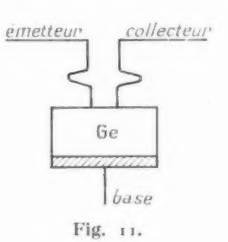


Fig. 11.

transistor à jonctions *p-n-p-n* (*voir* § 1.9). Si la couche *p* a bien été observée au voisinage du collecteur d'un transistor à pointes, l'explication précédente n'a pas un bon accord quantitatif avec les faits expérimentaux, et d'autres théories ont été proposées pour expliquer le fonctionnement du transistor à pointes.

Les courbes caractéristiques d'un transistor à pointes (*fig.* 12) ont la même allure générale que celles d'un transistor à jonctions. Les courbes du collecteur ont encore l'allure de celles d'une pentode, mais à assez faible résistance interne.

1.5. Principe de la construction des transistors.

La fabrication des transistors débute par celle du monocristal de germanium. La méthode la plus souvent utilisée consiste à fondre du germanium très pur dans un creuset et à le maintenir à quelques degrés au-dessus du point de fusion. On descend alors à la surface du bain un petit morceau de monocristal qui sert de germe (*fig.* 13). Le bain fondu cristallise doucement autour du germe, et l'on peut ainsi tirer un monocristal en relevant doucement le germe. On améliore la régularité du monocristal en faisant tourner le germe à environ 1 t/s et, bien entendu, toute l'opération doit être conduite en atmosphère neutre, en général sous hydrogène.

Ceci suggère aussitôt un procédé de fabrication des transistors à jonctions. On commence à tirer un monocristal, le bain étant initialement de type *n* par exemple; au bout d'un certain temps, on ajoute une impureté de type *p* qui compense l'impureté *n* précédente et qui rend le bain du type *p*, on tire alors une très petite longueur de type *p*, puis on ajoute une quantité plus importante d'impureté *n*,

et l'on tire une certaine longueur du type *n*. Le cristal tiré a donc la structure *n-p-n* et il ne reste qu'à le découper en petits morceaux et à souder des connexions aux trois régions des transistors obtenus [6].

on peut ainsi produire un grand nombre de jonctions *n-p* le long du monocristal et en tirer une très grande quantité de transistors.

Actuellement, la technique la plus utilisée est

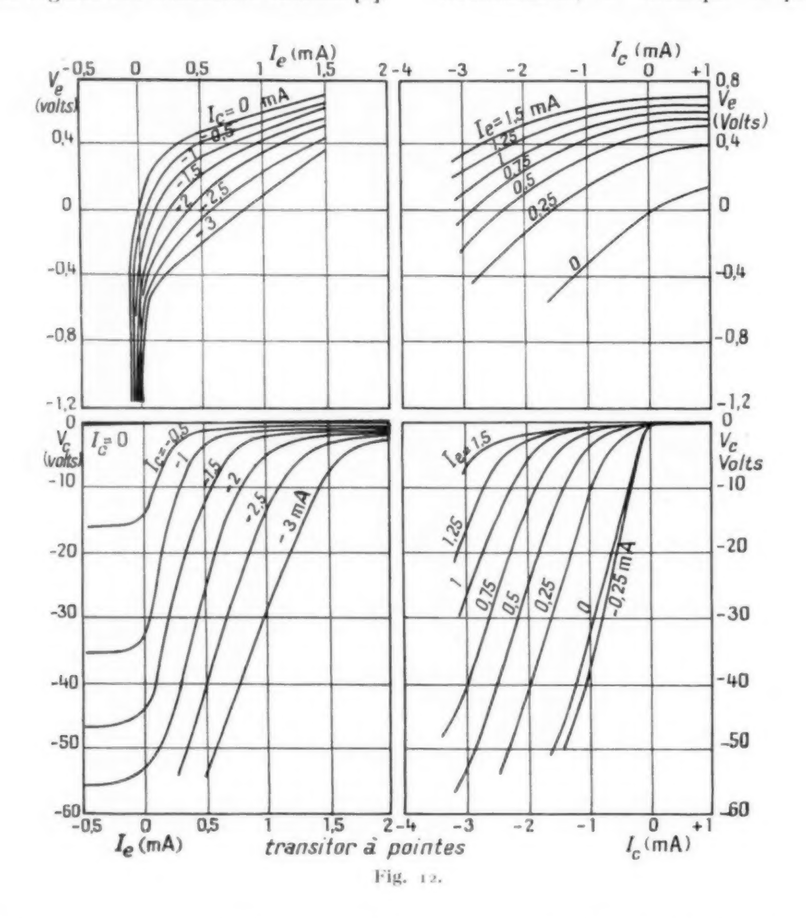


Fig. 12.

Une méthode plus productive consiste à placer dans le bain à la fois des impuretés *n* et *p* et à

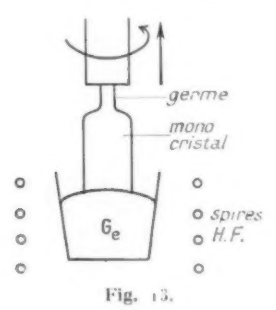


Fig. 13.

profiter du fait que le cristal pousse du type *n* ou *p* selon la vitesse de tirage. En jouant sur celle-ci,

celle dite d'alliage. On dispose deux pastilles d'indium sur un morceau de germanium *n* (*fig.* 14 *a*). On porte le tout au four à hydrogène vers 500°; l'indium fond et dissout du germanium (*fig.* 14 *b*). En refroidissant du germanium recristallise de la solution d'indium de sorte qu'il se dépose sur le germanium *n* une mince couche *p* formant avec un monocristal continu (*fig.* 14 *c*). Les deux couches *p* redéposées sont surmontées d'indium qui forme une excellente soudure pour fixer des fils de sortie. Il faut aussi souder une connexion au germanium *n*; on le fait généralement en soudant à l'étain un anneau autour de l'émetteur. Dans cette construction, on réalise toujours l'émetteur notablement plus petit que le collecteur, on peut voir en effet que cette structure améliore le gain.

Les conditions d'application de cette technique aux transistors au silicium doivent être légèrement modifiées pour tenir compte d'une diffusion importante des impuretés. Cette diffusion, négligeable

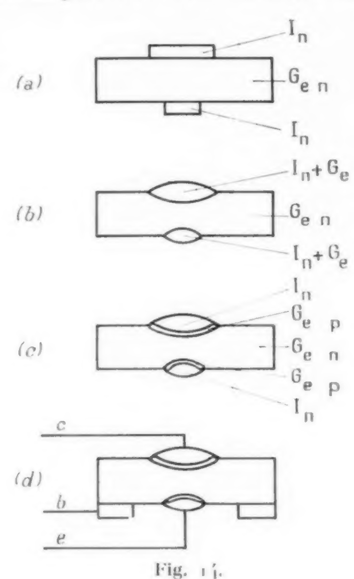


Fig. 14.

avec le germanium, provient du fait que les transistors au silicium sont préparés vers 900 ou 1000°.

Les transistors obtenus par l'une des méthodes précédentes doivent ensuite être soigneusement décapés et polis pour acquérir des performances satisfaisantes. Il est indispensable que la surface soit parfaitement propre et en bonne continuité cristalline avec la masse du germanium. On utilise à cet effet des polissages chimiques et électrolytiques qui constituent l'un des points les plus délicats de la préparation des transistors.

Une fois achevés, les transistors sont montés en atmosphère sèche sous enveloppe étanche. Il suffit en effet de traces d'humidité pour détériorer complètement les performances.

La fabrication des transistors à pointes est en principe beaucoup plus simple; on dispose deux pointes très rapprochées sur un petit monocristal soigneusement poli, on fait passer une impulsion importante de courant dans le collecteur, et l'on enferme le tout dans un boîtier étanche. Cependant, la très grande stabilité mécanique nécessaire rend cette fabrication très délicate.

1.6. Représentation schématique.

La représentation schématique de la figure 15 sera employée dans tous les schémas. Il est commode de se rappeler que le germanium de type *n* est représenté en noir et qu'un transistor dont la base est du type *n* a son collecteur négatif.

1.7. Caractéristiques typiques.

Les transistors actuellement développés industriellement sont les transistors à jonctions de faible puissance, ceux du type *p-n-p* étant les plus fréquents, les transistors à jonction de moyenne puissance, également du type *p-n-p*, et enfin les transistors à pointes du type *n*.

Le tableau ci-après indique les valeurs typiques des caractéristiques, la plupart des transistors produits par les différents constructeurs étant assez analogues.

Il faut noter que des transistors à jonctions de petite puissance dont la construction a été particulièrement soignée [7], [8] ont pu osciller jusqu'à près de 100 Mc/s. Ces transistors ne sont d'ailleurs pas encore disponibles sur le marché.

Enfin, rappelons que les transistors *n-p-n* ne diffèrent des transistors *p-n-p* que par les signes des tensions d'alimentations et que leurs performances sont très analogues.

Le problème peut se poser de choisir entre l'emploi de transistors à pointes ou des transistors à jonctions. Chaque fois que l'on pourra, il y aura intérêt

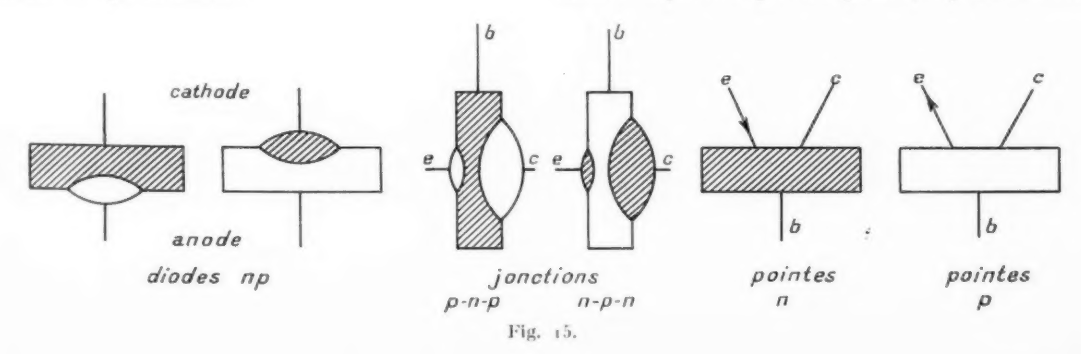


Fig. 15.

à préférer les transistors à jonctions qui sont moins bruyants et plus stables.

Il suffit en effet d'un très faible déplacement des pointes, même momentané, pour détruire un transistor à pointes. Ceci le rend fragile mécaniquement et sensible aux variations de température. D'autre part, une surcharge momentanée ou un travail trop intensif en impulsions peut modifier le formage du collecteur et abîmer le transistor à pointes. Ces deux causes de panne n'existent pas avec les transistors à jonctions.

La seule application intéressante des transistors à pointes semble être la réalisation de basculateurs à un seul transistor.

	Jonctions *p.n.p.* petite puissance.	Jonctions *p.n.p.* moyenne puissance.	Pointes *n*.
Tension collecteur maximum (V)......	—30	—50	—30
Tension collecteur typique (V).......	—1 à —10	—6 à —25	—10
Courant émetteur maximum (mA)...	10	1500	5
Courant émetteur typique (mA).....	1	100	1
Puissance dissipée maximum (mW)..	100	1000	50
Courant inverse du collecteur (μA)....	5	100	100 à 1000
Gain en courant base à la masse (α).....	0,9 à 0,99	0,9 à 0,99	2 à 5
Gain en courant émetteur à la masse (α).	10 à 100	10 à 100	–
Fréquence maximum d'oscillation Mc/s...	1 à 2	0,1 à 0,2	3 à 50
Facteur de bruit (dB).	3 à 30	–	40 à 70

1.8. Phototransistors.

Si une jonction *n-p* reçoit de la lumière, le germanium absorbe des photons et chaque photon absorbé crée une paire électron-trou. On a donc l'analogue d'un transistor dans lequel l'émission des porteurs minoritaires dans la base est faite par la lumière au lieu de l'être par un courant circulant dans une jonction émetteur.

Cet effet peut être nuisible sur une diode ou un transistor qui doivent être maintenus dans l'obscurité, mais peut inversement être utilisé pour produire d'excellentes cellules photoélectriques (*fig.* 16).

La sensibilité quantique de ces cellules est uniforme. Pour le germanium, elle s'étend dans le visible et l'infrarouge jusqu'à 1,7 μ, le germanium étant transparent au-delà.

Ces cellules sont très linéaires et ont une bonne sensibilité. Toujours avec du germanium, elles permettent de détecter des éclairements de l'ordre de 0,01 lux.

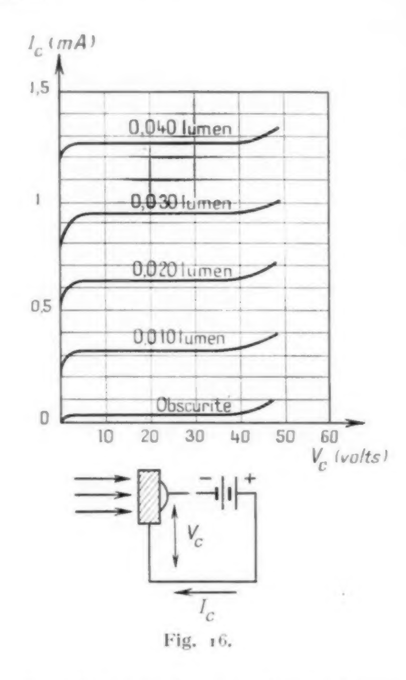


Fig. 16.

Enfin, les phototransistors présentent un certain effet de photopiles, ceci est particulièrement intéressant avec les éléments au silicium.

1.9. Autres types de transistors.

On a cherché si des structures différentes ne permettaient pas d'obtenir de meilleures performances. On a ainsi réalisé un certain nombre de prototypes de laboratoire dont certains présentent beaucoup d'intérêt, mais dont aucun n'a encore été développé industriellement. Ces éléments vont être rapidement énumérés, mais ne seront pas pris en considération dans la suite.

Pour améliorer le gain en courant, on a imaginé la structure *p-n-p-n* [9] (*fig.* 17) qui est équivalente à un transistor *p-n-p* en série avec un transistor *n-p-n*. On obtient ainsi des gains de courant considérables, mais la réponse en fréquence est très médiocre. Cet élément étant en outre très difficile à construire ne semble pas présenter un grand intérêt.

La plupart des efforts ont porté sur l'amélioration de la réponse en fréquence, il semble maintenant que le maximum possible a été à peu près obtenu des transistors classiques [7], [8], et il ne reste donc qu'à utiliser de nouvelles structures.

L'une de celles-ci est le transistor tétrode [10]. Ce transistor est identique à un transistor normal, sauf que deux fils sont soudés sur la base en des

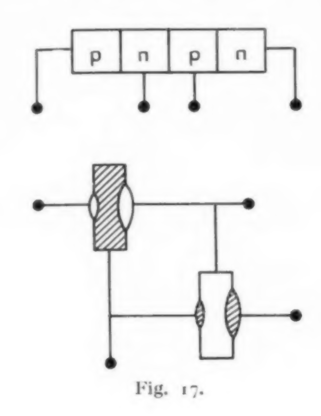


Fig. 17.

points opposés (*fig.* 18). On polarise l'émetteur, le collecteur et le fil *b* qui sert de base comme dans un transistor normal, et l'on applique une source entre *b* et *b'* de façon que *b'* soit positif par rapport à *b*.

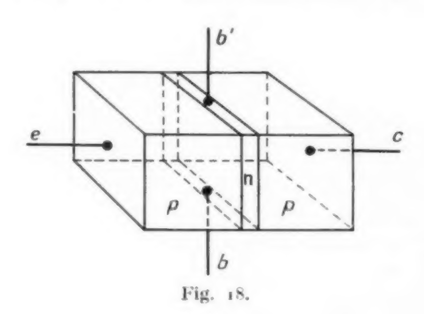


Fig. 18.

Le résultat est que la majeure partie de la base se trouve polarisée positivement par rapport à l'émetteur, c'est-à-dire dans le sens bloquant. La partie utile du transistor se trouve ainsi réduite à une très petite région située autour de la soudure du point *b* et l'ensemble est équivalent à un transistor de dimensions si petites qu'il ne pourrait pas être réalisé. Cet artifice permet d'obtenir un gain notable vers 30 Mc/s et des oscillations à plus de 100 Mc/s mais le courant collecteur doit être très faible et la puissance que peuvent fournir ces transistors est très réduite.

On peut obtenir des résultats beaucoup plus intéressants avec la structure *p-n-i-p* (ou *n-p-i-n*) (*fig.* 19) [11].

Un tel transistor comprend deux jonctions, par exemple à l'indium comme un transistor normal, mais au lieu de faire ces jonctions sur un bloc de germanium on les fait sur un bloc comprenant une mince couche *n* très impure et une couche plus épaisse du type *i*, c'est-à-dire intrinsèque (très pur et à haute résistivité). La jonction faite sur le germanium *n* sert d'émetteur, l'autre de collecteur et la base est reliée au germanium *n*.

Il est possible dans cette structure d'appliquer des tensions élevées au collecteur (de l'ordre de 100 V), ce qui d'une part permet d'obtenir des

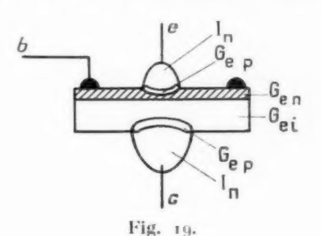


Fig. 19.

puissances élevées et d'autre part crée dans le germanium *i* une « zone de dépression », c'est-à-dire une couche ne comprenant pratiquement aucun porteur libre, donc isolante. Cette zone s'étend dans tout le germanium *i* et vient s'arrêter sur le germanium *n* de la base. Il en résulte une atténuation considérable de la capacité collecteur-base qui peut être réduite à une fraction de micromicrofarad.

D'autre part, la couche *n* de la base peut être très impure, ce qui réduit la résistance de base et nous verrons que c'est là un point important pour le fonctionnement en haute fréquence.

Au total, il a été possible avec ces transistors d'obtenir des puissances de l'ordre du watt à plusieurs dizaines de mégacycles. Ces résultats sont provisoires, car cet élément est très récent et difficile à fabriquer, et les calculs indiquent des fréquences limites d'oscillation de l'ordre de 3 000 Mc/s.

Le fieldistor, ou transistor unipolaire [12], [13] fonctionne sur un principe radicalement différent (*fig.* 20). Un barreau de germanium *n* porte deux

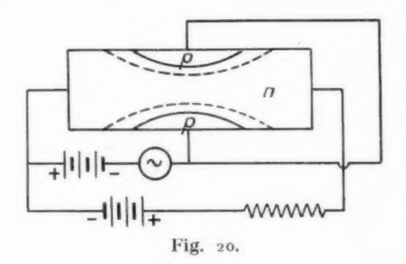


Fig. 20.

jonctions *p* opposées. On fait circuler un courant entre les deux extrémités du barreau et l'on applique

le signal aux deux régions p réunies ensemble et polarisées dans le sens bloqué. L'application de cette polarisation crée une zone isolante autour de ces jonctions, ce qui réduit la section de passage des électrons et augmente la résistance du barreau. Cette zone isolante est d'autant plus épaisse que la tension négative appliquée aux jonctions p est grande. Le signal module donc le courant traversant le barreau en faisant varier la résistance du barreau.

Cet élément utilise une action sur les porteurs majoritaires normalement présents dans le barreau de germanium, tandis qu'un transistor normal utilise la diffusion des porteurs minoritaires dans la base. Le transistor à effet de champ est tout à fait analogue à une triode dans laquelle les électrons se propagent dans le germanium au lieu du vide. Les caractéristiques sont d'ailleurs tout à fait analogues, gain de courant égal à 1, impédance d'entrée élevée et impédance de sortie relativement basse.

Les transistors à effet de champ semblent aussi très prometteurs dans les domaines de la puissance élevée et de la haute fréquence.

Notons enfin que l'on a décrit un dispositif analogue utilisant une action électrostatique et semblant beaucoup moins intéressant [14], [15].

2. FONCTIONNEMENT EN RÉGIME LINÉAIRE.

Dans tout ce chapitre, on supposera que le transistor travaille à niveau suffisamment faible pour que tous les phénomènes soient linéaires. Ce sera par exemple le cas où un transistor convenablement polarisé amplifie un petit signal alternatif. Vis-à-vis de ce petit signal, le transistor pourra alors être remplacé par un circuit équivalent composé d'éléments linéaires, et l'on pourra définir des impédances d'entrée, de sortie et de transfert, ce qui simplifie beaucoup les calculs.

Il faut cependant bien garder présent à l'esprit que les résistances ou les impédances équivalentes considérées dans la suite sont des valeurs différentielles et ne peuvent pas être utilisées pour des signaux forts, par exemple pour le calcul des polarisations.

2.0. Amplification d'un transistor.

Considérons le montage de la figure 21 où la base d'un transistor est reliée à la terre, l'émetteur est relié à un générateur de résistance interne R_G et le collecteur à une résistance de charge R_L.

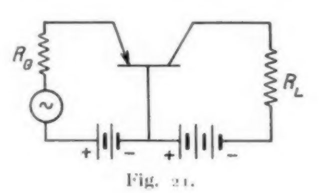


Fig. 21.

R_L et R_G seront de l'ordre de l'impédance d'entrée et de sortie du transistor, R_G sera donc beaucoup plus petit que R_L.

Supposons, pour fixer les idées, que le transistor soit à pointes et qu'un petit courant circule dans R_G de façon à rendre l'émetteur plus positif. Le transistor fera alors circuler dans R_L un courant du même ordre de grandeur, la chute de tension dans R_L augmentera et le collecteur deviendra plus positif.

Les signaux apparaissant sur l'émetteur et sur le collecteur sont donc en phase et le signal collecteur est plus puissant que le signal émetteur car il correspond à un courant à peu près égal dans une résistance beaucoup plus grande.

2.0.1. Schéma équivalent a un transistor aux basses fréquences [2], [3], [5], [89]. — Cette expérience suggère de remplacer le transistor par un quadripôle équivalent (*fig.* 22).

D'un point de vue purement passif, un transistor peut être représenté par trois résistances : r_e, résistance de la diode émetteur-base; r_c, résistance collecteur-base et r_b, résistance du bloc de germanium constituant la base.

Cependant, pour tenir compte du gain de courant du transistor, il faut ajouter dans le circuit collecteur une source de tension dont la force électromotrice sera proportionnelle à i_e, donc de la forme $r_m\, i_e$.

Le fonctionnement d'un transistor pour des petits signaux à basse fréquence est complètement caractérisé par les quatre résistances : r_e, r_b, r_c

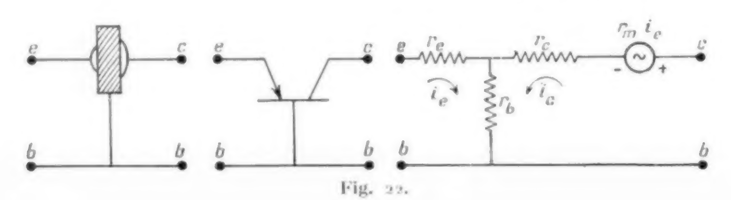


Fig. 22.

et r_m. On peut calculer complètement le circuit en remplaçant le transistor par ce schéma équivalent.

Les quatre résistances équivalentes au transistor ont des valeurs constantes pour chaque point de fonctionnement mais ces valeurs peuvent changer quand le point de fonctionnement varie.

Enfin aux fréquences élevées, ces résistances deviennent des impédances.

2.0.2. Mesure des résistances équivalentes. — Les résistances équivalentes à un transistor se déterminent très facilement en mesurant les impédances d'entrée et de transfert du transistor en circuit ouvert.

Pour cela on polarise le transistor aux valeurs désirées et l'on applique un petit courant alter-

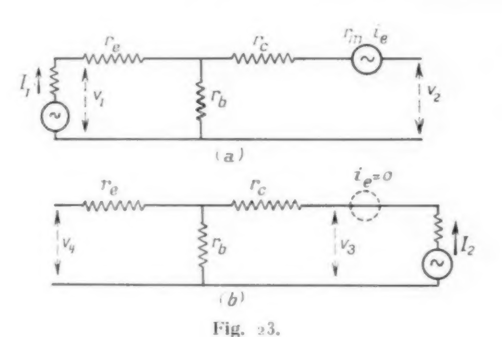


Fig. 23.

natif dans l'émetteur, le collecteur restant en circuit ouvert pour le courant alternatif, on trouve (*fig.* 23 *a*)

$\frac{V_1}{i_1}$ = impédance d'entrée

pour une impédance de charge infinie $= r_e + r_b$,

$\frac{V_2}{i_1}$ = impédance de transfert directe

pour une impédance de charge infinie $= r_m + r_b \neq r_m$.

En appliquant de même un petit courant alternatif dans le collecteur, l'émetteur restant en circuit ouvert pour la fréquence utilisée, on trouve (*fig.* 23 *b*)

$\frac{V_3}{i_2}$ = impédance de sortie

pour une impédance d'entrée infinie $= r_c + r_b \neq r_c$,

$\frac{V_4}{i_2}$ = impédance de transfert inverse

pour une impédance d'entrée infinie $= r_b$.

On peut vérifier que les signaux utilisés sont assez faibles en faisant une autre mesure à niveau plus bas, ce qui doit donner le même résultat.

Des valeurs typiques sont :

pour un transistor à pointes :

$$r_e = 200\,\omega, \qquad r_b = 200\,\omega,$$
$$r_c = 20\,000\,\omega, \qquad r_m = 40\,000\,\omega;$$

pour un transistor à jonctions :

$$r_e = 30\,\omega, \qquad r_b = 200\,\omega,$$
$$r_c = 10\ \text{M}\,\omega, \qquad r_c - r_m = 300\,000\,\omega.$$

Nous verrons que le gain de courant α est le quotient

$$\alpha = \frac{r_m + r_b}{r_c + r_b} \# \frac{r_m}{r_c}.$$

Il est cependant commode de mesurer α directement. Une méthode consiste à injecter un petit courant alternatif connu dans l'émetteur du transistor convenablement polarisé, et à mesurer le courant collecteur correspondant. On n'obtient toutefois ainsi des résultats précis qu'avec les transistors à pointes, car le gain de courant des transistors à jonctions entre émetteur et collecteur est toujours très voisin de 1.

Pour les transistors à jonctions, il est plus commode de mesurer le gain de courant a entre la base et le collecteur. En effet, le courant base est la différence du courant collecteur et du courant émetteur, et son rapport au courant collecteur est grand.

Exactement on a sur la figure 24 :

$$i_c = \alpha i_e, \qquad i_b = i_c - i_e;$$
$$a = \frac{i_c}{i_b} = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \approx \frac{-1}{1-\alpha}$$

et les valeurs usuelles de a sont de l'ordre de 10 à 100, ce qui est plus facile à mesurer avec précision que les valeurs correspondantes de α allant de 0,9 à 0,99.

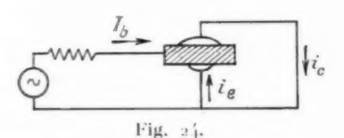


Fig. 24.

2.0.3. Variation des résistances équivalentes avec le point de fonctionnement [2], [3], [80]. Les résistances du circuit équivalent au transistor peuvent être définies comme pentes de courbes caractéristiques :

$r_e + r_b$ est la pente de la caractéristique d'émetteur i_e fonction de v_e pour i_c constant;

$r_c + r_b$ est la pente de la caractéristique de collecteur, i_c fonction de v_c pour i_e constant;

$r_m + r_b$ est la pente de la caractéristique de transfert directe, i_c fonction de v_e pour i_c constant;

r_b est la pente de la caractéristique de transfert inverse, i_e fonction de v_c pour i_c constant.

Aucune de ces courbes n'est rigoureusement rectiligne et il s'ensuit que les résistances équivalentes au transistor varient selon le point de fonctionnement choisi. Ces variations diffèrent d'un transistor à l'autre mais suivent toutes les mêmes lois générales.

Pour un transistor à pointes et quand le courant d'émetteur augmente, r_b décroît d'abord assez vite puis plus lentement, r_e décroît à peu près suivant une loi hyperbolique, r_c décroît assez vite au début puis moins après, r_m passe par un maximum de même que α.

Pour un transistor à jonctions, une augmentation du courant émetteur produit une décroissance des quatre résistances équivalentes, α augmente d'abord très vite, passe par un maximum et diminue ensuite (*fig.* 25),[17], [18].

Une augmentation de la tension-collecteur produit une légère augmentation de r_b et r_e, r_m et r_c

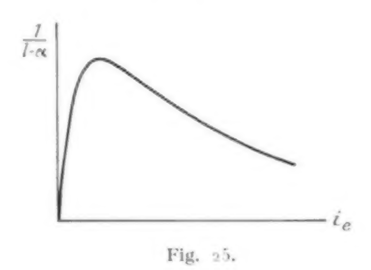


Fig. 25.

augmentent d'abord puis diminuent ensuite, et α croît lentement.

Dans certains transistors où la base est très mince, une augmentation suffisante de la tension collecteur peut rendre α égal à 1 et donc a à l'infini. Cet effet se produit quand la zone de dépression créée autour du collecteur atteint l'émetteur, les porteurs émis par l'émetteur sont alors accélérés par un champ électrique au lieu de diffuser normalement dans la base, et le transistor se comporte comme un court-circuit. Il ne peut pas être utilisé à une tension supérieure à cette « tension d'épaisseur » (punch through voltage) (*fig.* 26).

Dans les transistors usuels, la tension d'épaisseur est notablement supérieure à la tension de claquage de la jonction collecteur, de sorte que l'on n'observe qu'une faible croissance du gain en courant avec la tension collecteur.

La situation est inverse pour les transistors étudiés pour les applications en haute fréquence où la base a été rendue particulièrement mince,

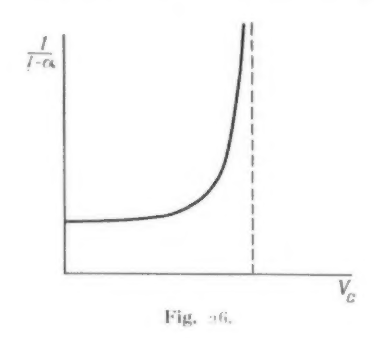


Fig. 26.

la tension maxima de service est alors limitée par la tension d'épaisseur.

2.0.4. Autres schémas équivalents [16]. — On peut également représenter un transistor par d'autres schémas équivalents qui se déduisent de celui indiqué plus haut par des transformations classiques.

Certains auteurs remplacent la source de tension du schéma de la figure 22 par une source de courant αi_e insérée dans le circuit collecteur (*fig.* 27 *a*).

Il est également possible de représenter un transistor par un schéma en π comprenant trois admittances et une source de courant (*fig.* 27 *b*).

On peut également utiliser des schémas à deux générateurs, un transistor étant représenté soit par une impédance d'entrée et une impédance de sortie, en série chacune avec une source de tension (*fig.* 27 *c*), soit par une admittance d'entrée et une admittance de sortie, en parallèle chacune avec une source de courant (*fig.* 27 *d*).

Enfin on peut représenter les montages émetteur ou collecteur à la terre par des schémas ayant la même disposition topologique que ceux de la figure 17, mais où les éléments équivalents ont des valeurs différentes. On est ainsi conduit à un grand nombre de schémas équivalents.

La référence [16] rassemble les principaux et donne les formules de transformation permettant de passer de l'un à l'autre.

Dans la suite nous utiliserons exclusivement le schéma de la figure 22 qui semble le plus intuitif.

2.0.5. Analogie avec les lampes. — En revenant au montage de la figure 21 nous avons trouvé un amplificateur à basse impédance d'entrée, haute impédance de sortie et n'inversant pas la

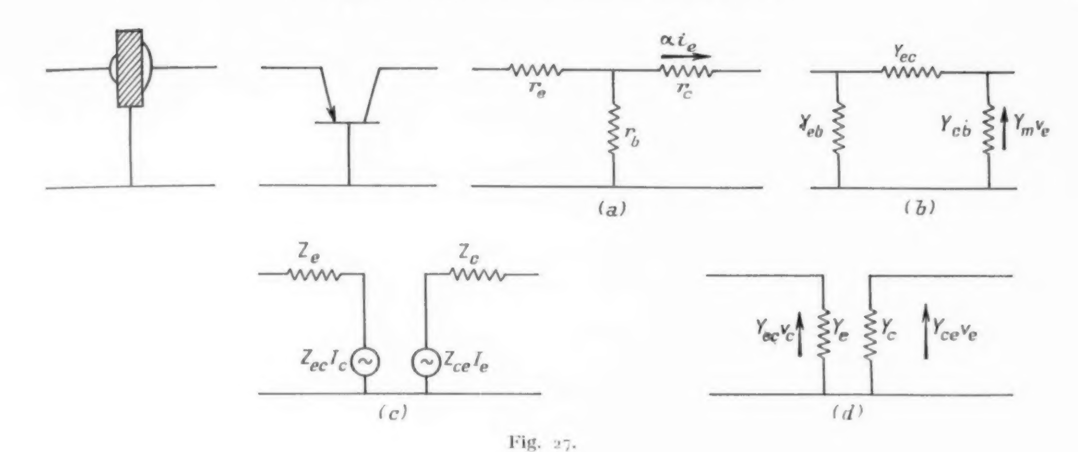


Fig. 27.

phase. C'est l'analogue d'un amplificateur à triode grille à la terre et l'on peut donc considérer un transistor comme l'analogue d'une lampe, l'émetteur correspondant à la cathode, la base à la grille et le collecteur à la plaque (*fig.* 28).

Cette analogie pourrait devenir quantitative si le gain de courant du transistor était le même que celui de la lampe, c'est-à-dire 1. Dans ce cas aucun

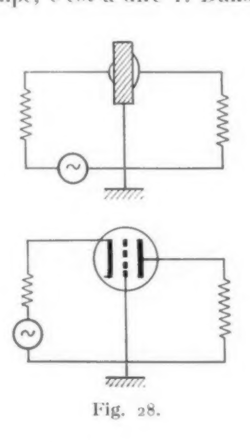


Fig. 28.

courant ne circulerait dans la base et, par exemple, le montage émetteur à la terre aurait une impédance d'entrée infinie, comme le montage cathode à la terre d'une lampe.

L'analogie est donc valable surtout pour les transistors à jonctions mais ne peut donner que des résultats qualitatifs pour les transistors à pointes. Pour ces derniers le gain de courant supérieur à 1 est un phénomène nouveau qui fait souvent d'un transistor un élément non remplaçable par une lampe.

Une autre analogie possible pour les transistors à pointes consiste à transformer une lampe en un transistor par dualité (ou réciprocité) [19]. On y arrive en considérant la ressemblance entre les caractéristiques d'une triode et d'un transistor à pointes (*fig.* 29).

On constate que l'on passe des caractéristiques de la lampe à celles du transistor en remplaçant

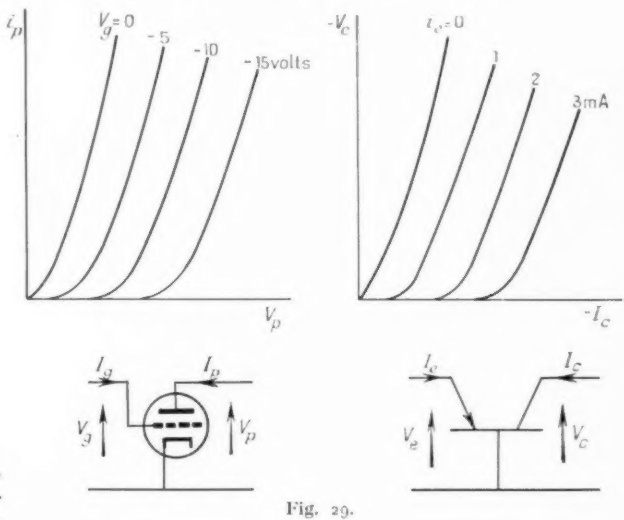


Fig. 29.

les courants par les tensions et inversement, c'est-à-dire par une transformation de dualité. Au gain de tension μ de la triode correspond le gain de courant α du transistor.

Pour que l'analogie soit complète il faut faire suivre le transistor d'un transformateur idéal de rapport 1 inversant la phase des signaux de sortie.

On peut ainsi transposer par dualité n'importe

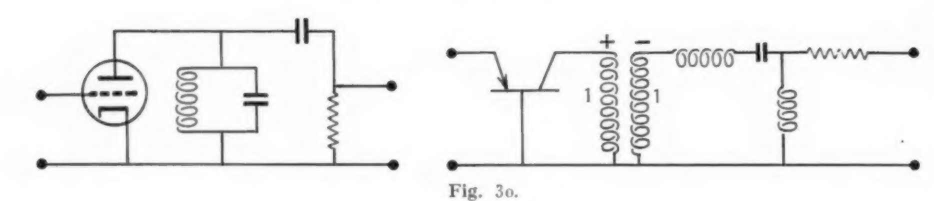


Fig. 30.

quel circuit à lampes, la figure 30 indique par exemple la transformation d'un étage d'amplification accordé.

Quoique très séduisante *a priori* cette analogie conduit cependant à des lampes de très mauvaises caractéristiques, leur μ serait en effet de l'ordre de 1 ou 2 selon que l'on part d'un transistor à jonctions ou à pointes. Les circuits à transistors obtenus par ce procédé seront donc très peu efficaces et il n'y a pas beaucoup d'intérêt en pratique à utiliser cette transformation.

D'une façon générale les analogies entre les transistors et les lampes peuvent servir à déterminer qualitativement le fonctionnement d'un circuit, mais il est bien préférable de considérer les transistors comme des éléments nouveaux et de s'habituer à raisonner directement avec eux.

2.1. Étude analytique des trois montages possibles [2], [3], [5], [20].

De même que l'on peut monter une lampe de trois façons différentes, cathode, grille ou plaque à la terre, on peut utiliser les transistors de trois façons différentes, base, émetteur ou collecteur à la terre. Les montages sont respectivement analogues à une triode grille, cathode, ou plaque à la terre (*fig.* 31).

Cependant une différence importante entre les montages à lampes et ceux à transistors est que les premiers sont toujours stables quand le générateur et la charge se comportent comme des résistances pures, alors qu'il n'en est pas de même des seconds.

En effet, nous verrons qu'un transistor à pointes dont le gain de courant est assez élevé peut osciller spontanément avec des charges résistives. Nous allons donc commencer par déterminer les conditions de stabilité d'un transistor monté entre des résistances.

2.1.1. Condition de stabilité. — Les trois montages possibles d'un transistor diffèrent par la position du générateur et de la charge. Comme nous voulons étudier les oscillations spontanées nous pouvons supprimer la force électromotrice du générateur et ramener les trois montages possibles à celui de la figure 32 *a* qui est tout à fait général et dont le schéma équivalent est indiqué sur la figure 32 *b*.

Le couplage causé par la résistance de base entre les circuits d'émetteur et de collecteur peut provoquer l'instabilité.

En considérant un transistor à pointes supposons que le courant augmente dans le circuit émetteur d'une quantité δi_1, cette augmentation circulant dans la résistance de base tend à rendre cette élec-

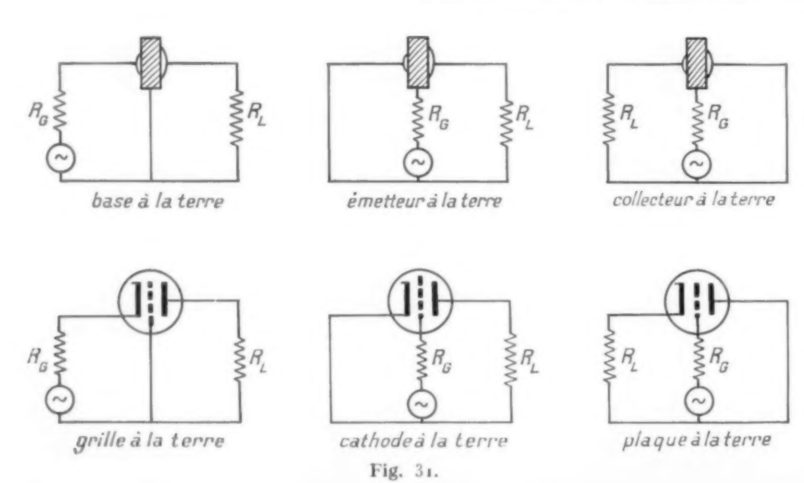


Fig. 31.

trode plus positive, ce qui s'oppose à l'augmentation du courant émetteur. Mais en même temps il se produit une augmentation ∂i_2 du courant collecteur qui, traversant la résistance de base en

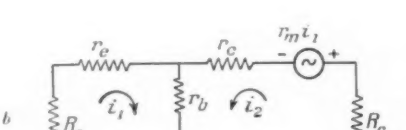


Fig. 32.

sens inverse du courant émetteur, tend à rendre la base plus négative donc à augmenter le courant émetteur d'une quantité $\partial' i_1$. Il est évident que le montage sera instable si $\partial' i_1 > \partial i_1$.

D'une façon quantitative, en posant

$$\rho_e = r_e + R_e, \qquad \rho_b = r_b + R_b, \qquad \rho_c = r_c + R_c,$$

les équations du circuit sont

$$i_1(\rho_e + \rho_b) = -i_2 \rho_b, \qquad i_1(\rho_b + r_m) = -i_2(\rho_b + \rho_c),$$

une augmentation ∂i_1 du courant émetteur donne donc une augmentation du courant collecteur

$$\partial i_2 = -\frac{\rho_b + r_m}{\rho_b + \rho_c} \partial i_1$$

et celle-ci à son tour produit une augmentation du courant émetteur

$$\partial' i_1 = -\frac{\rho_b}{\rho_e + \rho_b} \partial i_2 = \frac{\rho_b(\rho_b + r_m)}{(\rho_e + \rho_b)(\rho_b + \rho_c)} \partial i_1.$$

La condition de stabilité est $\partial' i_1 < \partial i_1$ et s'écrit

$$\rho_b r_m < \rho_e \rho_b + \rho_b \rho_c + \rho_c \rho_e \quad (*)$$

ou bien

$$\frac{r_m}{\rho_c} < 1 + \frac{\rho_e}{\rho_c} + \frac{\rho_e}{\rho_b}.$$

(*) Cette condition peut aussi se traduire physiquement de la façon suivante : Un transistor instable, ou près de l'instabilité, présente des résistances négatives Z_e, Z_b, Z_c en série avec chacune des résistances de charge R_e, R_b, R_c. La condition de stabilité est $R_e + Z_e > 0$, $R_b + Z_b > 0$, $R_c + Z_c > 0$. Ces trois relations étant équivalentes et l'une quelconque entraînant les deux autres.

En introduisant le gain de courant du transistor en court-circuit $\alpha = \frac{r_m + r_b}{r_c + r_b}$ et en explicitant les résistances ρ la condition de stabilité s'écrit encore

$$\frac{\alpha - \frac{r_b}{r_c + r_b}}{1 - \frac{r_b}{r_c + r_b}} < \frac{r_e + R_e}{r_c} + \left(1 + \frac{R_c}{r_c}\right)\left(1 + \frac{r_e + R_e}{r_b + R_b}\right),$$

soit en pratique (à moins que R_e ne soit très grand)

$$\alpha < \left(1 + \frac{R_c}{r_c}\right)\left(1 + \frac{r_e + R_e}{r_b + R_b}\right).$$

Le second membre étant toujours plus grand que 1 nous trouvons le résultat très important que les transistors à jonctions sont toujours stables dans tous les montages où l'on ne crée pas volontairement d'autre réaction que celle provenant de la résistance de base.

Au contraire un transistor à pointes, pour lequel α peut être notablement supérieur à 1, peut être instable du seul fait de sa réaction interne.

Les facteurs favorisant la stabilité sont :

α faible;

R_c grand, c'est-à-dire une forte charge dans le collecteur, ceci revenant au fond à diminuer α;

$r_e + R_e$ grand. Une des méthodes de stabilisation les plus courantes consiste à placer une résistance en série dans l'émetteur, ce qui a cependant l'inconvénient de faire perdre un peu de gain;

$r_b + R_b$ faible. Les constructeurs s'efforcent de réduire r_b, et les utilisateurs doivent éviter dans toute la mesure du possible de placer des résistances en série dans la base.

Un cas défavorable est celui où toutes les charges sont nulles, le transistor étant monté en court-circuit. La condition de stabilité est alors $\alpha < 1 + \frac{r_e}{r_b}$.

Certains bons transistors à pointes la remplissent mais pas tous. Un transistor stable en court-circuit sera stable dans tous les montages sans réaction extérieure tant que l'on ne placera pas de charge en série dans sa base.

Nous sommes maintenant en mesure de préciser les conditions de stabilité des différents montages en fonction des résistances de charge et de générateur (*fig.* 31) :

— Transistor base à la terre :

$$\alpha < \left(1 + \frac{R_L}{r_c}\right)\left(1 + \frac{r_e + R_G}{r_b}\right);$$

— Transistor émetteur à la terre :

$$\alpha < \left(1 + \frac{R_L}{r_c}\right)\left(1 + \frac{r_e}{r_b + R_G}\right);$$

— Transistor collecteur à la terre :

$$\alpha < 1 + \frac{r_e + R_L}{r_b + R_G} + \frac{r_e + R_L}{r_c}.$$

Ces relations supposent r_e, R_e et r_b très petits devant r_c et r_m, ce qui est pratiquement toujours vrai.

Le montage base à la terre est le plus stable. Les deux autres montages le sont beaucoup moins et leur emploi pratique nécessite des résistances de stabilisation dans l'émetteur ou dans le collecteur. En effet, pour ces derniers la résistance interne du générateur est en série dans la base et augmente la réaction propre au transistor.

Enfin dans le cas où les circuits associés au transistor ont des impédances complexes, il faut bien prendre garde au comportement de ces impédances dans toute la gamme de fréquence où le transistor peut travailler. On est ainsi souvent conduit à sacrifier un peu de gain pour placer des résistances de stabilisation.

Un exemple de montage à ne pas réaliser est celui de la figure 33 qui représente un amplificateur accordé alimenté par une seule pile dans lequel la

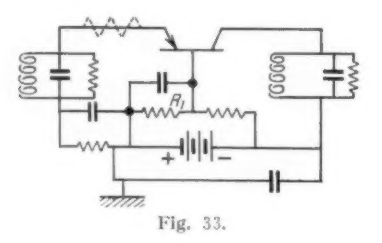


Fig. 33.

tension de base est prélevée sur un potentiomètre shuntant la pile. A la fréquence d'accord les impédances émetteur et collecteur sont grandes et l'impédance de base très faible et tout est correct. Mais aux basses fréquences les selfs ont une impédance très faible, l'émetteur est alors pratiquement chargé par un court-circuit tandis que le collecteur est chargé par l'impédance interne de la source, qui peut aussi être très faible. D'autre part, l'impédance de base se réduit à la résistance R_1 que l'on aura bien entendu choisi grande pour que le pont débite peu. On se trouve donc dans des conditions idéales d'oscillation et l'on risque fort de voir un transistor placé sur ce circuit être mis instantanément hors de service par de violentes oscillations dépassant largement les dissipations prévues. Pour éviter ces déboires il sera très prudent d'insérer une résistance de quelques centaines d'ohms entre l'émetteur et son circuit oscillant de façon à stabiliser le montage.

En outre, si le transistor est instable en court-circuit il peut également être détérioré par des oscillations à haute fréquence, en général d'ailleurs en impulsions. En effet, les impédances de charge des trois électrodes sont faibles pour des fréquences élevées. Là encore le remède est de mettre des résistances de stabilisation, le plus commode est souvent une petite résistance en série dans l'émetteur.

Signalons enfin que ces tendances à l'instabilité sont très désagréables dans les montages amplificateurs que l'on peut voir produire toutes sortes d'impulsions indésirables mais peuvent être mises à profit pour réaliser des basculateurs et des générateurs d'impulsion particulièrement simples.

2.1.2. Théorie générale du quadripôle actif. — D'une façon générale, un quadripôle actif linéaire est une boîte munie de deux fils d'entrée et deux

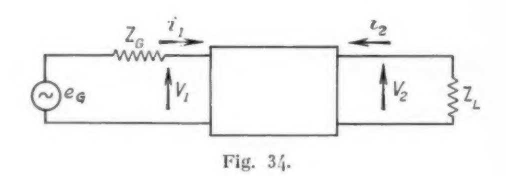


Fig. 34.

fils de sortie pour laquelle les courants et les tensions d'entrée et de sortie sont liés par les relations (*fig.* 34)

$$v_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2,$$
$$v_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2.$$

Notons pour ne plus en parler que l'on peut aussi utiliser les relations

$$i_1 = y_{11} v_1 + y_{12} v_2,$$
$$i_2 = y_{21} v_1 + y_{22} v_2,$$

avec

$$y_{11} = \frac{z_{22}}{\Delta}, \qquad y_{12} = -\frac{z_{12}}{\Delta},$$

$$y_{21} = -\frac{z_{21}}{\Delta}, \qquad y_{22} = \frac{z_{11}}{\Delta};$$

$$\Delta = z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21}.$$

Les quatre impédances définissent entièrement le quadripôle et, dans le cas d'un quadripôle actif, z_{12} est différent de z_{21}.

Les équations du circuit de la figure 34 sont

$$(z_{11}+Z_G)i_1+z_{12}i_2=e_G,$$
$$z_{21}i_1+(z_{22}+Z_L)i_2=0$$

et l'on peut en déduire toutes les propriétés de ce circuit. Par exemple, le gain en courant est

$$\frac{i_2}{i_1}=-\frac{z_{21}}{z_{22}+Z_L},$$

le courant de sortie est

$$i_2=\frac{z_{21}e_G}{z_{21}z_{12}-(z_{11}+Z_G)(z_{22}+Z_L)}$$

et en posant $z_{11}=r_{11}+jx_{11}$, etc. la puissance de sortie est

$$W_s=R_L|i_2|^2.$$

Nous définirons le gain comme le rapport entre la puissance de sortie et la puissance maxima que peut fournir le générateur,

$$W_i=\frac{e_G^2}{4R_G}.$$

En d'autres termes la valeur indiquée du gain supposera l'entrée adaptée, c'est le rapport entre la puissance fournie à la charge à celle qui lui serait fournie si elle était reliée au générateur par un transformateur d'impédance passif parfait.

On a alors

$$G=4R_GR_L\left|\frac{z_{21}}{z_{12}z_{21}-(z_{11}+Z_G)(z_{22}+Z_L)}\right|^2.$$

Les transistors amplifient également un peu en sens inverse. Le gain en sens inverse est celui que l'on aurait entre un générateur d'impédance interne Z_L branché à la sortie et une charge d'impédance Z_G branchée à l'entrée du quadripôle, il vaut

$$G_{\text{inv}}=\left|\frac{z_{12}}{z_{21}}\right|^2G.$$

Souvent, le générateur n'est pas adapté à l'entrée du transistor et il peut être intéressant de considérer l'amplification en puissance A définie comme le rapport de la puissance fournie à la charge à la puissance consommée à l'entrée du transistor.

L'impédance d'entrée est

$$z_i=r_i+jx_i=z_{11}-\frac{z_{12}z_{21}}{z_{22}+Z_L}$$

et la puissance absorbée à l'entrée est

$$r_i|i_1|^2.$$

La puissance délivrée à la sortie est

$$W_s=R_L|i_2|^2$$

et l'on a donc

$$A=\frac{R_L}{r_i}\left|\frac{z_{21}}{z_{22}+Z_L}\right|^2$$

et de même dans le sens inverse

$$A_{\text{inv}}=\frac{R_G}{r_s}\left|\frac{z_{12}}{z_{11}+Z_G}\right|^2,$$

r_s étant la partie réelle de l'impédance de sortie

$$z_s=z_{22}-\frac{z_{12}z_{21}}{z_{11}+Z_G}.$$

On utlise enfin quelquefois le gain d'insertion, défini comme le rapport entre la puissance fournie à la charge par le transistor à la puissance qui serait fournie à la même charge si elle était branchée directement aux bornes du générateur. Nous ne parlerons plus de ce gain dont on pourra trouver les valeurs dans [20].

Le gain et l'amplification en puissance deviennent égaux et maxima quand les impédances de charge et de générateur sont respectivement conjuguées des impédances de sortie et d'entrée du transistor. On en trouvera la valeur, ainsi que celles des impédances correspondantes dans le tableau de la page 118.

Ce tableau résume les valeurs des différentes grandeurs caractéristiques dans le cas général, et pour chacun des trois montages possibles. On y a indiqué les valeurs exactes dans le cas général, et pour les expressions de z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22} dans les trois montages possibles. Dans le reste du tableau, on a indiqué les valeurs approximatives correspondant au cas où z_e et z_b sont très inférieurs à z_c, ce qui est le cas usuel, et les simplifications qui se produisent quand, en outre, Z_L et Z_G sont négligeables devant z_c. Ceci est presque toujours vrai pour les transistors à jonctions, mais pas forcément avec les transistors à pointes.

Enfin, on notera que l'on passe du cas des basses fréquences, où le réseau équivalent au transistor ne contient que des résistances, au cas des hautes fréquences, où le réseau équivalent contient des impédances, en remplaçant chaque résistance par l'impédance correspondante dans toutes les expressions linéaires, c'est-à-dire les gains en courant et en tension et les impédances d'entrée et de sortie. Par contre, les expressions quadratiques exprimant les gains en puissance se compliquent et il faut faire intervenir séparément les parties réelles et imaginaires des impédances du réseau équivalent.

2.1.3. Transistor base a la terre [19]. — C'est l'équivalent d'une triode grille à la terre, le montage a une faible impédance d'entrée, une

	Cas général	Base à la terre.	Émetteur à la terre.	Collecteur à la terre.
	z_{11}	$z_e + z_b$	$z_e + z_b$	$z_b + z_c$
	z_{12}	z_b	z_e	$z_c - z_m = (1-\alpha)(z_c + z_b)$
	z_{21}	$z_b + z_m = \alpha(z_c + z_b)$	$z_e - z_m = z_e + z_b - \alpha(z_c + z_b)$	z_c
	z_{22}	$z_c + z_b$	$z_e + z_c - z_m = z_e + (1-\alpha)(z_c + z_b)$	$z_e + z_c - z_m = z_e + (1-\alpha)(z_c + z_b)$
h_{11}	$z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22}}$	$z_e + z_b(1-\alpha)$	$z_b + \frac{z_e}{1-\alpha}$	$z_b + \frac{z_e z_c}{z_e + (1-\alpha) z_c}$
h_{12}	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$\frac{z_b}{z_c}$	$\frac{z_e}{z_e + z_c(1-\alpha)}$	$\frac{(1-\alpha) z_c}{z_e + (1-\alpha) z_c}$
h_{21}	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$-\alpha$	$\frac{\alpha}{1-\alpha+\frac{z_e}{z_c}}$	$-\frac{z_c}{z_e + z_c(1-\alpha)}$
h_{22}	$\frac{1}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_c}$	$\frac{1}{z_e + z_c(1-\alpha)}$	$\frac{1}{z_e + z_c(1-\alpha)}$
$\frac{v_2}{v_1}$	$\frac{z_{21} Z_L}{z_{11} z_{22} - z_{21} z_{12} + z_{11} Z_L}$	$\frac{\alpha Z_L}{z_e + (1-\alpha) z_b + \frac{z_e + z_b}{z_c} Z_L} \# \frac{\alpha Z_L}{z_e + (1-\alpha) z_b}$	$\frac{-\alpha Z_L}{z_e + z_b(1-\alpha) + \frac{z_e + z_b}{z_c} Z_L} \# \frac{-\alpha Z_L}{z_e + z_b(1-\alpha)}$	$\frac{Z_L}{Z_L + z_e + z_b(1-\alpha)} \# 1$
$\frac{v_2}{e_G}$	$\frac{z_{21} Z_L}{(z_{11} + Z_G)(z_{22} + Z_L) - z_{12} z_{21}}$	$\frac{\alpha Z_L}{(z_e + z_b + Z_G)\left(1 + \frac{Z_L}{z_c}\right) - \alpha z_b} \# \frac{\alpha Z_L}{z_e + (1-\alpha) z_b + Z_G}$	$\frac{-\alpha Z_L}{\left\{(z_e + z_b)\left(1 + \frac{Z_L}{z_c}\right) + Z_G\left(1 + \frac{Z_L + z_e}{z_c}\right) - \alpha(z_b + Z_G)\right\}} \# \frac{-\alpha Z_L}{z_e + (1-\alpha)(z_b + Z_G)}$	$\frac{1}{\left\{\left(1 + \frac{z_e}{Z_L}\right)\left(1 + \frac{z_b + Z_G}{z_c}\right) + \left(\frac{z_b + Z_G}{Z_L}\right)(1-\alpha)\right\}} \# \frac{1}{(1-\alpha)\left(\frac{z_b + Z_G}{Z_L}\right) + 1 + \frac{z_e}{Z_L}}$

Impédance	d'entrée	$z_i = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + Z_L} = r_i + j x_i$	[illegible] $\# z_e + z_b(1-\alpha)$	[illegible] $\# z_b + \frac{z_e}{1-\alpha}$	[illegible] $\frac{1}{z_c} + \frac{(1-\alpha)}{Z_L + z_e}$
	de sortie	$z_s = z_{22} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{11} + Z_G}$	$z_c \left(\frac{z_e + z_b(1-\alpha) + Z_G}{z_e + z_b + Z_G} \right)$	$z_c \left[\frac{\left\{ \frac{z_e Z_G}{z_c} + z_e + (z_b + Z_G)(1-\alpha) \right\}}{z_e + z_b + Z_G} \right] \# z_c \left(\frac{z_e + (1-\alpha)(z_b + Z_G)}{z_e + z_b + Z_G} \right)$	$z_e + \frac{1-\alpha}{\frac{1}{z_c} + \frac{1}{Z_G + z_b}}$
Gain = $\frac{\text{puiss. ds. charge}}{\text{puiss. max. du génér.}}$		$4 R_G R_L \left\lvert \frac{z_{21}}{z_{21} z_{12} - (z_{11} + Z_G)(z_{22} + Z_L)} \right\rvert^2$	$\frac{4 R_G R_L \lvert \alpha \rvert^2}{\left\{ \left\lvert \frac{Z_L}{z_c}(z_e + z_b + Z_G) + z_e + (1-\alpha) z_b + Z_G \right\rvert^2 \right\}} \# 4 R_G R_L \left\lvert \frac{\alpha}{z_e + (1-\alpha) z_b + Z_G} \right\rvert^2$	$\frac{4 R_G R_L \lvert \alpha \rvert^2}{\left\{ \left\lvert (z_e + z_b)\left(1 + \frac{Z_L}{z_c}\right) + Z_G \left(1 + \frac{Z_L + z_e}{z_c}\right) - \alpha (z_b + Z_G) \right\rvert^2 \right\}} \# 4 R_G R_L \left\lvert \frac{\alpha}{z_e + (1-\alpha)(z_b + Z_G)} \right\rvert^2$	$\frac{4 R_L R_G}{\left\{ \left\lvert Z_L \left[\left(1 + \frac{z_e}{Z_L}\right)\left(1 + \frac{z_b + Z_G}{z_c}\right) + (1-\alpha)\left(\frac{z_b + Z_G}{Z_L}\right) \right] \right\rvert^2 \right\}} \# 4 R_G R_L \times \left\lvert \frac{1}{Z_L \left[(1-\alpha) \frac{z_b + Z_G}{Z_L} + 1 + \frac{z_e}{Z_L} \right]} \right\rvert^2$
Amplification en puissance = $\frac{\text{puiss. ds. charge}}{\text{puiss. ds. entrée}}$		$\frac{R_L}{r_i} \left\lvert \frac{z_{21}}{z_{22} + Z_L} \right\rvert^2 \quad (r_i = \mathcal{R}_e z_i)$	$\frac{R_L}{r_i} \left\lvert \frac{\alpha}{1 + \frac{Z_L}{z_c}} \right\rvert^2 \# \frac{R_L}{r_i} \lvert \alpha \rvert^2$	$\frac{R_L}{r_i} \left\lvert \frac{\alpha}{1 - \alpha + \frac{Z_L + z_e}{z_c}} \right\rvert^2 \# \frac{R_L}{r_i} \left\lvert \frac{\alpha}{1-\alpha} \right\rvert^2$	$\frac{R_L}{r_i} \left\lvert \frac{1}{1 - \alpha + \frac{Z_L + z_e}{z_c}} \right\rvert^2 \# \frac{R_L}{r_i} \left\lvert \frac{1}{1-\alpha} \right\rvert^2$
Gain max. en B. F.	Gain max.	$\frac{r_{21}^2}{r_{11} r_{22} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{r_{12} r_{21}}{r_{11} r_{22}}}\right)^2}$	$\frac{\alpha^2 r_c}{(r_e + r_b)(1 + \beta_b)^2}$, $\beta_b = \sqrt{\frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + r_b}}$	$\frac{r_c}{r_e + r_b} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha + \frac{r_e}{r_c}} \frac{1}{(1 + \beta_e)^2}$, $\beta_e = \sqrt{\frac{r_c}{r_e + r_b} \frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + (1-\alpha) r_c}}$	$\frac{1}{\left(1 - \alpha + \frac{r_e}{r_c}\right)(1 + \beta_c)^2}$, $\beta_c = \sqrt{\frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + (1-\alpha) r_c}}$
Gain max. en B. F. — Résistance	d'entrée	$r_{11} \sqrt{1 - \frac{r_{12} r_{21}}{r_{11} r_{22}}}$	$(r_e + r_b) \sqrt{\frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + r_b}}$	$(r_e + r_b) \sqrt{\frac{r_c}{r_e + r_b} \frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + (1-\alpha) r_c}}$	$r_c \sqrt{\frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + (1-\alpha) r_c}}$
	de sortie	$r_{22} \sqrt{1 - \frac{r_{12} r_{21}}{r_{11} r_{22}}}$	$r_c \sqrt{\frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + r_b}}$	$[r_e + (1-\alpha) r_c] \times \sqrt{\frac{r_c}{r_e + r_b} \frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + (1-\alpha) r_c}}$	$[r_e + (1-\alpha) r_c] \sqrt{\frac{r_e + (1-\alpha) r_b}{r_e + (1-\alpha) r_c}}$
Gain max. en H. F.	Gain max.	$\frac{\lvert z_{21} \rvert^2}{r_{11} r_{22} \left[2 + 2\sqrt{1 - R_N - X_n^2} - R_N \right]}$, où $R_N = \frac{r_{12} r_{21} - x_{12} x_{21}}{r_{11} r_{22}}$, $X_n = \frac{x_{12} r_{21} - x_{21} r_{12}}{2 r_{11} r_{22}}$			
Gain max. en H. F. — Impédance	d'entrée	$r_{11} \sqrt{1 - R_N - X_N^2} + j(x_{11} - r_{11} X_N)$			
	de sortie	$r_{22} \sqrt{1 - R_N - X_N^2} + j(x_{22} - r_{22} X_N)$			

grande impédance de sortie et un gain élevé sans renversement de phase. Il est la façon la plus courante d'utiliser les transistors à pointes.

Sur le schéma équivalent (*fig.* 35) on trouve les équations du circuit :

$$i_1(R_G + r_e + r_b) + i_2 r_b = e_G,$$
$$i_1(r_b + r_m) + i_2(r_b + r_c + R_L) = 0.$$

On en déduit aisément les différentes grandeurs caractérisant le montage, les principales sont

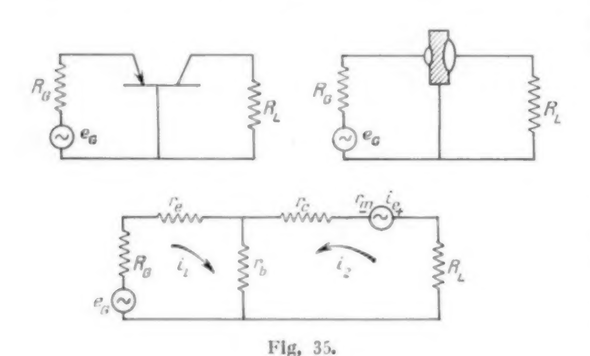


Fig. 35.

indiquées sur le tableau I et dans la référence [20].

Le gain de courant du montage $a = \frac{i_2}{i_1}$ est inférieur au gain en court-circuit α.

La condition de stabilité peut s'écrire

$$a < 1 + \frac{r_e + R_G}{r_b}.$$

L'impédance d'entrée est de l'ordre de r_e ou r_b, donc faible. Avec un transistor à pointes elle peut devenir négative si le gain de courant du montage est assez grand, exactement si

$$a > 1 + \frac{r_e}{r_b}.$$

Le montage peut donc être stable tout en ayant une impédance d'entrée négative.

Un transistor à jonctions a toujours une impédance d'entrée positive. Il a d'ailleurs toujours aussi une impédance de sortie positive et ceci quel que soit le montage utilisé.

L'impédance de sortie est de l'ordre de r_c, donc grande. Avec un transistor à pointes elle peut être négative si

$$\alpha > 1 + \frac{r_e + R_G}{r_b},$$

ce qui est également compatible avec la condition de stabilité.

Toutefois en pratique il vaut mieux éviter d'utiliser des impédances d'entrée ou de sortie négatives, outre que l'étage en question se trouve près de l'instabilité, les impédances d'entrée et de sortie des étages suivant et précédant sont abaissées et souvent d'une façon suffisante pour les rendre instables.

Le montage base à la terre donne à la fois un gain en courant et en tension, et ceci sans renversement de phase. Il donne donc également un gain en puissance dont la valeur peut être élevée si l'impédance de charge est notablement plus grande que celle du générateur.

Enfin le gain en sens inverse vaut

$$G_{\text{inv}} = \left(\frac{r_b}{r_m}\right)^2 G,$$

il est donc négligeable.

Pour fixer les idées nous allons indiquer quelques valeurs numériques pour un transistor à pointes et un transistor à jonctions.

Nous prendrons comme caractéristiques typiques pour un transistor à pointes :

$$r_e = 150\,\omega, \qquad r_b = 120\,\omega,$$
$$r_m = 35\,000\,\omega, \qquad r_c = 15\,000\,\omega;$$

d'où

$$\alpha = \frac{35\,000}{15\,000} = 2,3$$

et pour un transistor à jonctions :

$$r_e = 26\,\omega, \qquad r_b = 240\,\omega,$$
$$r_c = 13,4.10^6\,\omega, \qquad r_c - r_m = 288\,000\,\omega;$$

d'où

$$\alpha = 0,978.$$

Le transistor à pointes est instable en court-circuit puisque

$$1 + \frac{r_e}{r_b} = 2,25,$$

ce qui est plus petit que α. On le rendrait stable en court-circuit en ajoutant en série dans l'émetteur une résistance r telle que

$$1 + \frac{r_e + r}{r_b} > \alpha, \qquad r > 6\,\omega.$$

L'impédance d'entrée varie avec la charge entre $-6\,\omega$ quand $R_L = 0$ et $270\,\omega$ quand $R_L = \infty$ pour le transistor à pointes et entre $31\,\omega$ quand $R_L = 0$ et $266\,\omega$ quand $R_L = \infty$ pour le transistor à jonctions.

De même quand l'impédance du générateur passe de zéro à l'infini l'impédance de sortie varie entre $-330\,\omega$ et $15\,000\,\omega$ pour le transistor à

pointes et entre 1,56 MΩ et 13,4 MΩ pour le transistor à jonctions.

Une difficulté se présente dans la détermination des impédances de générateur et de charge conduisant au gain maximum. On trouve en effet ces impédances imaginaires dans le cas du transistor à pointes qui est instable en court-circuit. En effet, ce transistor peut osciller c'est-à-dire avoir un gain aussi grand que l'on veut.

Si les charges sont des résistances, il n'est pas utile de placer une résistance de stabilisation dans l'émetteur. En effet, ce rôle est joué par les résistances de charge et de générateur et une résistance supplémentaire en série dans l'émetteur abaisserait le gain de l'étage.

En prenant les valeurs raisonnables

$$R_G = 500\,\omega \qquad \text{et} \qquad R_L = 20\,000\,\omega$$

on trouve un gain de 91 soit à peu près 20 dB. Le gain de courant de l'étage est $a \neq 1$, ce qui assure une bonne stabilité.

Si les charges étaient des circuits accordés il faudrait examiner la stabilité en dehors de sa bande, on serait sans doute conduit à placer une résistance de stabilisation dans l'émetteur et l'on trouverait un gain plus faible.

Avec le transistor à jonctions on trouve que le gain maximum possible de 44 dB est obtenu avec une résistance de générateur de 91 ω et une résistance de charge de 4,6 MΩ. Celle-ci est trop grande pour être pratiquement utilisée mais on peut la réduire sans trop diminuer le gain. Si par exemple la charge est abaissée à 200 000 ω, l'impédance d'entrée sera voisine de 35 ω et le gain avec un générateur de cette impédance est encore 37 dB.

En résumé, un transistor à pointes base à la terre donne un gain de l'ordre de 15 à 20 dB entre un générateur de quelques centaines d'ohms et une charge de quelques dizaines de milliers d'ohms. Un transistor à jonctions donne un gain de 30 à 40 dB entre un générateur d'une centaine d'ohms, et une charge de quelques centaines de milliers d'ohms.

On voit tout de suite que cette grande différence entre les impédances d'entrée et de sortie conduit à une difficulté dans le couplage d'étages amplificateurs successifs.

2.1.4. Transistor émetteur a la terre [22]. — Ce montage est l'analogue d'une triode cathode à la terre. L'impédance d'entrée peut être relativement élevée et l'impédance de sortie est grande. Les tensions d'entrée et de sortie sont toujours en opposition de phase. Les courants d'entrée et de sortie sont en opposition de phase avec les transistors à jonctions et peuvent être en phase ou en opposition avec les transistors à pointes.

C'est des trois montages possibles celui qui donne le gain le plus élevé. C'est le plus usuel pour les transistors à jonctions. Avec les transistors à pointes on préfère en général le montage base à la terre qui est plus stable.

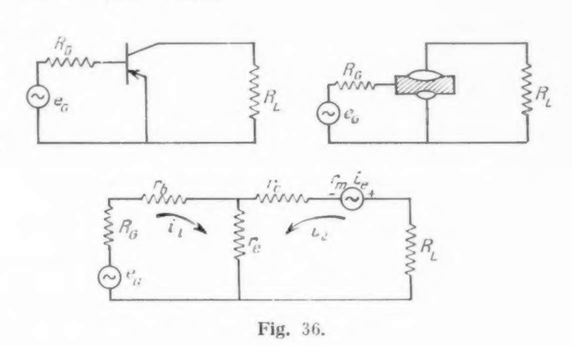


Fig. 36.

Sur le schéma équivalent (*fig.* 36) on trouve les équations du circuit :

$$i_1(R_G + r_b + r_e) + i_2 r_e = e_G.$$
$$i_1(r_e - r_m) + i_2(R_L + r_e + r_c - r_m) = 0.$$

On en déduit le gain de courant du montage qui s'écrit en négligeant r_e et r_b devant R_L et r_c :

$$a = \frac{\alpha}{1 - \alpha + \frac{R_L}{r_c}}.$$

Pour un transistor à jonctions on a toujours $a > 0$. quand $R_L = 0$, $a = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ peut prendre des valeurs très élevées quand α est très voisin de 1, ce qui est le cas des bons transistors à jonctions. Les courants de collecteur et d'émetteur étant presque égaux, le courant de base est alors très faible et le gain de courant en émetteur à la terre très grand. Mais ce gain de courant est très sensible à la valeur de α et en particulier baisse beaucoup plus vite que α quand la fréquence augmente, heureusement le gain en puissance baisse moins vite.

Avec un transistor à pointes a part d'une valeur négative quand R_L est nul, les courants de base et de collecteur sont donc alors en phase. Quand R_L croît a croît jusqu'à l'infini atteint pour $R_L = (\alpha - 1) r_c$ puis devient positif et décroît jusqu'à zéro pour R_L infini.

L'impédance d'entrée peut être grande quand $1 - \alpha + \frac{R_L}{r_c}$ est petit, c'est-à-dire quand le gain

de courant a est grand. Un transistor à jonctions aura donc une grande impédance d'entrée quand α sera voisin de 1 et quand la charge sera faible. Pour ces transistors à jonctions l'impédance d'entrée, comme d'ailleurs celle de sortie, est toujours positive.

Avec un transistor à pointes un réglage critique de R_L permet de rendre infinie l'impédance d'entrée. Celle-ci est négative quand

$$1+\frac{R_L}{r_e}<\alpha<\left(1+\frac{R_L}{r_e}\right)\left(1+\frac{r_e}{r_b}\right),$$

ce qui peut être compatible avec la condition de stabilité.

L'impédance de sortie est de l'ordre de r_c, donc assez grande. Avec un transistor à pointes elle est négative si

$$\alpha>1+\frac{r_e}{r_b+R_G},$$

ce qui est compatible avec la condition de stabilité.

Un transistor instable en court-circuit aura donc toujours une impédance de sortie négative.

Enfin les gains sont en général un peu plus élevés que dans le montage base à la terre. Le gain en sens inverse est

$$G_{\text{inv}}=\left(\frac{r_e}{r_m}\right)^2 G,$$

ce qui est toujours négligeable.

Pour terminer indiquons quelques valeurs numériques en prenant pour exemple les mêmes transistors que dans le montage base à la terre.

Pour le transistor à jonctions le gain en courant décroît de 45 à 0 quand R_L croît de zéro à l'infini.

Avec le transistor à pointes, un réglage convenable de R_L permet d'obtenir un gain de courant aussi élevé que l'on veut.

L'impédance d'entrée du transistor à jonctions décroît de 1440 ω pour $R_L = 0$ à 266 ω pour $R_L = \infty$. Celle du transistor à pointes peut être rendue très élevée mais sa grandeur sera alors peu stable. Des valeurs raisonnables seront aussi de quelques milliers d'ohms.

L'impédance de sortie du transistor à jonctions varie de 1,56 Mω à 0,28 Mω quand R_G passe de zéro à l'infini. Celle du transistor à pointes est toujours négative puisque le transistor est instable en court-circuit. On obtiendra une impédance de sortie positive en ajoutant une résistance en série dans l'émetteur, ce qui d'ailleurs diminuerait le gain de l'étage.

Le transistor à jonctions atteint le gain maximum possible de 2.10^5 ou 53 dB entre un générateur de 619 ω et une charge de 0,671 Mω.

Ces impédances sont très sensibles à la valeur de α quand celui-ci est près de 1. Quand α tend vers 1, les résistances d'adaptation du transistor tendent vers

$$R_G=[(r_b+r_e)(r_e+r_b)]^{\frac{1}{2}} \quad \text{soit} \quad 59\,700\,\omega,$$

$$R_L=\left[\frac{r_b+r_c}{r_e+r_b}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{soit} \quad 5\,800,$$

valeurs très différentes de celles que nous venons de trouver. Par contre le gain est peu sensible à la valeur de α, si α atteint 1, le gain maximum possible (entre un générateur de 59 700 ω et une charge de 5 800 ω) est 57 dB, soit 4 dB seulement de plus que quand $\alpha = 0,978$.

La grande différence entre les impédances d'entrée et de sortie conduit à disposer un transformateur abaisseur entre deux étages amplificateurs successifs. Cependant on obtient encore un gain appréciable en omettant ce transformateur et en couplant directement le collecteur d'un transistor à la base du suivant (*fig.* 63), ce gain est à peu près égal au gain de courant de l'étage en court-circuit, soit ici 45,5 ou 33,2 dB. Le gain ainsi obtenu croît très vite quand α se rapproche de 1, ceci parce que d'une part le gain en courant croît et d'autre part parce que l'impédance d'entrée augmente alors que l'impédance de sortie diminue et que l'on se rapproche ainsi de l'adaptation.

Par exemple les résistances adaptées conduisant au gain maximum possible sont égales si

$$\alpha=1-\frac{r_b}{r_c}.$$

Si l'on arrivait donc à augmenter r_m jusqu'à avoir une valeur de α égale à 0,99982 on obtiendrait en mettant directement en série sans transformateur des étages émetteurs à la terre un gain par étage de $\frac{r_c}{r_e}$ soit environ 57 dB. Des valeurs aussi élevées de α n'ont d'ailleurs jamais été réalisées mais ceci montre bien l'intérêt qu'il y a à rendre α très voisin de 1.

Le transistor à pointes peut être rendu stable en chargeant suffisamment le collecteur. Par exemple on obtient la stabilité avec une charge de collecteur $R_L = 20\,000$ ω et un générateur de résistance interne $R_L = 500$ ω. En effet la quantité $\left(1+\frac{R_L}{r_c}\right)\left(1+\frac{r_e}{r_b+R_G}\right)$ vaut 2,9 alors que $\alpha = 2,3$.

On trouve alors que l'impédance d'entrée vaut 35 000 ω et l'impédance de sortie — 13 000 ω. Le gain est de 1700 soit 32 dB. Du fait de l'impédance de sortie négative il y aurait lieu de prendre

quelques précautions dans le couplage de cet étage à d'autres circuits.

En pratique les transistors à pointes ne sont pratiquement jamais montés émetteur à la terre, c'est par contre le montage le plus usuel pour les transistors à jonctions (comme les triodes cathode à la terre).

2.1.5. Transistor collecteur a la terre [22]. — Ce montage est l'analogue d'une lampe en cathodyne ou plaque à la terre. Il a une impédance d'entrée élevée et une impédance de sortie faible. Le gain en tension est en général de l'ordre de 1 et sans inversion de phase. Le gain en courant peut être élevé, il se fait sans inversion de phase avec les transistors à pointes. Le gain en puissance est faible.

Ce montage est peu stable avec les transistors à pointes puisque le générateur est en série dans la

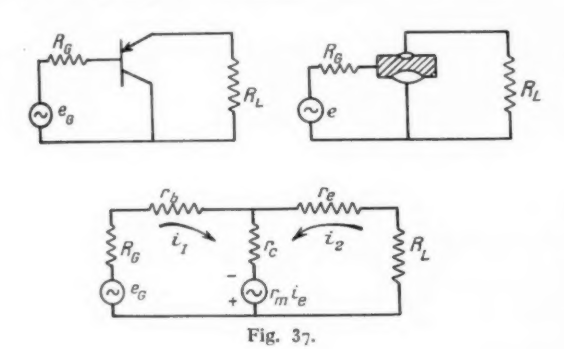


Fig. 37.

base, en outre ces derniers présentent un gain en sens inverse qui peut être du même ordre que le gain direct.

Les équations du montage sont (*fig.* 37)

$$i_1(R_G + r_b + r_c) + i_2(r_c - r_m) = e_G,$$
$$i_1 r_c + i_2(R_L + r_e + r_c - r_m) = 0.$$

Le gain en courant est égal à celui dans le montage émetteur à la terre multiplié par $-\frac{1}{\alpha}$. Pour les transistors à jonctions les gains de courant de ces deux montages sont donc sensiblement égaux au signe près. Pour les transistors à pointes le gain en courant change de signe en passant par l'infini quand

$$\alpha = 1 + \frac{R_L}{r_c}.$$

Les impédances d'entrée et de sortie sont toujours positives pour les transistors à jonctions. L'impédance d'entrée étant de l'ordre de r_c, donc très grande, et l'impédance de sortie de l'ordre de r_e, donc très faible.

Avec les transistors à pointes l'impédance d'entrée est également forte et l'impédance de sortie faible mais ces impédances sont facilement négatives.

L'impédance d'entrée est négative si

$$1 + \frac{R_L + r_e}{r_c} < \alpha < 1 + \frac{R_L + r_e}{r_c} + \frac{R_L + r_e}{r_b}$$

quand α atteint la limite inférieure, l'impédance d'entrée est infinie ainsi que le gain de courant. A la limite supérieure l'impédance d'entrée est nulle.

L'impédance de sortie est négative si

$$\alpha > 1 + \frac{r_e}{r_c}\left(1 + \frac{r_c}{R_G + r_b}\right).$$

Comme dans les deux autres montages un transistor collecteur à la terre peut être stable tout en ayant des impédances d'entrée et de sortie négatives.

Comme dans un cathodyne le gain en tension est dans les cas usuels de l'ordre de 1 et le gain en puissance est faible.

Le gain en sens inverse est

$$G_{inv} = (1 - \alpha)^2 G_{direct}.$$

Il est donc négligeable avec les transistors à jonctions mais peut être du même ordre que le gain en sens direct avec les transistors à pointes.

En reprenant les exemples précédents on trouve que l'impédance d'entrée du transistor à jonctions varie entre 1445 ω pour $R_L = 0$ et 13,4 M ω pour $R_L = \infty$ celle du transistor à pointes entre — 5 ω pour $R_L = 0$ et 15 000 ω pour $R_L = \infty$ et devient infinie pour $R_L = 19\,500$ ω.

L'impédance de sortie du transistor à jonctions varie entre 31 ω pour $R_G = 0$ et 288 000 ω pour $R_G = \infty$. Celle du transistor à pointes est toujours négative et varie entre — 6 ω pour $R_G = 0$ et — 20 000 ω pour $R_G = \infty$.

Avec le transistor à jonctions le gain maximum possible est 46 ou 16,7 dB, obtenu entre un générateur de 140 000 ω et une charge de 3 000 ω.

Supposons que le transistor à pointes soit relié à un générateur de résistance interne $R_G = 20\,000$ ω. Il n'est stable que si la résistance de charge est supérieure à 11400 ω. En prenant $R_L = 15\,000$ ω on trouve un gain direct de 12,4 dB et un gain inverse de 14,7 dB (le gain inverse étant celui obtenu entre un générateur de 15 000 ω relié à l'émetteur et une charge de 20 000 ω branchée à la base).

L'impédance d'entrée vaut alors — 50 000 ω et l'impédance de sortie — 11000 ω.

On voit donc que le montage collecteur à la terre sera surtout utilisé avec les transistors à jonctions pour réaliser une adaptation d'impédance.

2.1.6. PARAMÈTRES *h*. — Il est quelquefois commode de remplacer les résistances du réseau équivalent par un autre ensemble de paramètres *h* obtenu en prenant i_1 et v_2 comme variables indépendantes et i_2 et v_1 comme fonctions. Ces paramètres sont donc définis par

$$v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2$$
$$i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2.$$

Leur intérêt est qu'ils ont chacun une signification physique simple et facile à mesurer.

h_{11} est l'impédance d'entrée quand la sortie est en court-circuit;
h_{12} est le gain inverse en tension quand l'entrée est en circuit ouvert;
h_{21} est le gain direct en courant quand la sortie est en court-circuit;
h_{22} est l'admitance de sortie quand l'entrée est en circuit ouvert.

Le calcul de ces paramètres est très simple : h_{11} par exemple, est défini par

$$h_{11} = \left(\frac{dv_1}{di_1}\right)_{v_2}$$

et en différentiant les équations de définition des paramètres *z* on trouve

$$dv_1 = z_{11}\, di_1 + z_{12}\, di_2,$$
$$0 = z_{21}\, di_1 + z_{22}\, di_2,$$

d'où en substituant

$$h_{11} = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22}}.$$

On trouvera dans le tableau I la valeur des autres paramètres *h* et leur expression pour les différents montages.

La référence [26] donne un tableau analogue au tableau I où les différentes grandeurs sont exprimées en fonction des paramètres *h* du montage émetteur à la terre.

2.2. **Méthode graphique** [23].

L'étude graphique des circuits à transistors semble avoir été beaucoup moins employée que la méthode analytique exposée plus haut. En effet, contrairement à ce qui se passe pour les lampes, le couplage, par la résistance de base, entre les circuits d'entrée et de sortie nécessite l'emploi de deux réseaux de courbes caractéristiques. On utilise généralement le réseau de collecteur (I_c, V_c) et le réseau d'émetteur (I_e, V_e).

Une fois en possession des courbes, les constructions graphiques sont probablement plus rapides que les calculs analytiques mais la détermination des réseaux de courbes est infiniment plus longue que la mesure des résistances du circuit équivalent au transistor.

Une bonne méthode pratique semble être d'examiner sur un oscillographe le réseau des courbes de collecteur pour déterminer à peu près un bon point de fonctionnement, puis de mesurer les résistances équivalentes au transistor et enfin de calculer le circuit.

Néanmoins le calcul graphique peut offrir de l'intérêt dans certains cas et nous allons en donner un exemple en déterminant un amplificateur base à la terre.

Soit un transistor à pointes monté base à la terre entre un générateur de 100 ω et une charge de 3 000 ω la tension collecteur est fournie par une pile de 22 V

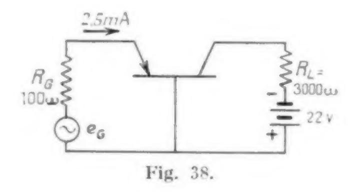


Fig. 38.

et une source à courant constant fait circuler dans l'émetteur un courant de polarisation égal à 2,5 mA. Supposons enfin que ce transistor ait les caractéristiques représentées sur la figure 39.

On peut représenter sur le réseau de collecteur la droite de charge $R_L = 3\,000$ ω, le point de fonctionnement est défini par le point de cette droite où le courant émetteur est égal à 2,5 mA.

En transférant point par point cette droite sur le réseau d'émetteur on obtient une courbe (R_i) dont la pente au point de fonctionnement est égale à la résistance d'entrée du transistor.

En effet, si l'on applique un signal à l'émetteur, le point représentatif se déplace sur la droite de charge dans le plan collecteur et sur la courbe (R_i) dans le plan émetteur, la pente de cette courbe est donc bien égale à la résistance d'entrée.

De même on obtient la résistance de sortie en traçant dans le plan émetteur une droite parallèle à la droite de charge $R_G = 100$ ω et passant par le point de fonctionnement, puis en transférant point par point la droite obtenue dans le plan collecteur.

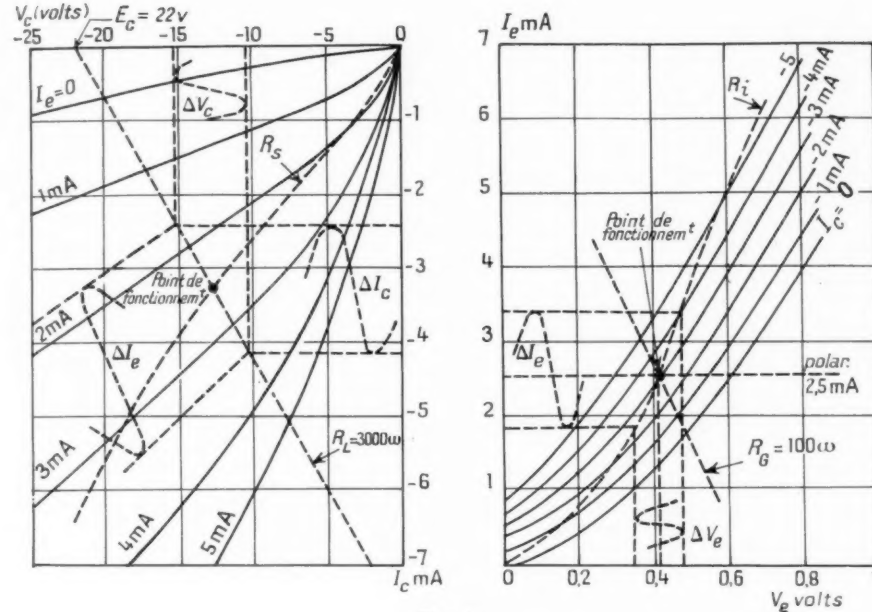


Fig. 39.

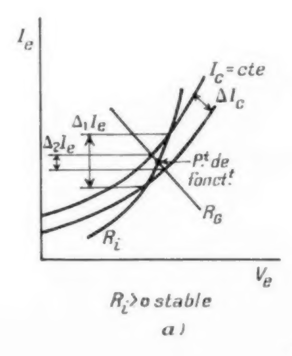
La pente au point de fonctionnement de la courbe (R_s) obtenue est égale à l'impédance de sortie du transistor.

La force électromotrice du générateur se partage entre la résistance du générateur et la résistance d'entrée du transistor. On peut ainsi déterminer la tension ΔV_e appliquée à l'émetteur et trouver à l'aide de la courbe (R_i) le courant émetteur ΔI_e correspondant.

On reporte les deux courbes limitant ce ΔI_e sur le plan collecteur et leur intersection avec la droite de charge définit le courant ΔI_c et la tension ΔV_c apparaissant sur le collecteur. On en déduit aussitôt le gain de l'étage en courant, en tension ou en puissance.

On peut également discuter la stabilité du montage sur ces graphiques (*fig.* 40). Pour cela on se place dans le plan émetteur et l'on utilise les courbes (R_i), (R_G) et $I_c = \text{const.}$ Une variation $\Delta_1 I_e$ du courant émetteur produit une variation ΔI_c définie par l'intersection des deux droites limitant ΔI_e avec la courbe (R_i). Cette variation ΔI_c entraîne à son tour une variation $\Delta_2 I_e$ définie par l'intersection des deux courbes limitant ΔI_c avec la droite (R_G).

Le montage sera stable si $\Delta_2 I_e < \Delta_1 I_e$. Ce sera toujours le cas (*fig.* 40 *a*) si la résistance d'entrée du transistor est positive. Au contraire le montage sera instable (*fig.* 40 *b*) si la résistance d'entrée est négative et plus grande en valeur absolue que la



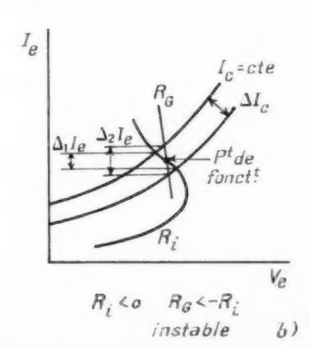


Fig. 40.

résistance du générateur, résultat que nous avions d'ailleurs déjà trouvé.

Enfin, on peut calculer la distorsion par la courbure de la courbe (R_i) au voisinage du point de fonctionnement.

2.3. **Alimentations et polarisations** [2], [24], [25].

Nous ne considérons dans ce paragraphe que les transistors à pointes du type n ou à jonctions du

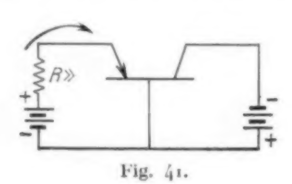


Fig. 41.

type p-n-p. Pour des transistors à pointes p ou des transistors à jonctions n-p-n il faudrait inverser le sens des sources de tension.

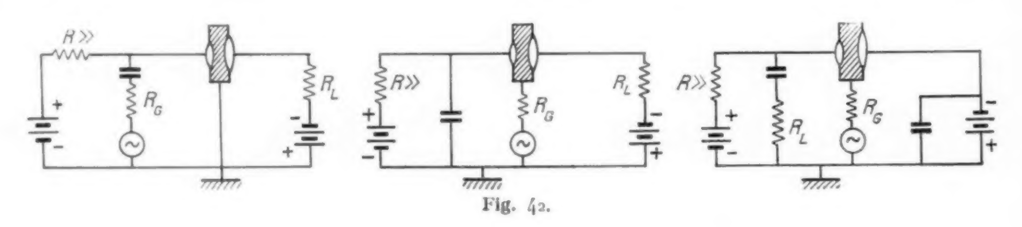
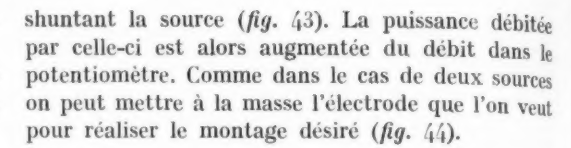


Fig. 42.

D'une façon générale on polarise l'émetteur par un courant constant et l'on alimente le retour de la charge du collecteur par une tension constante. En pratique on utilise comme source à courant constant pour l'émetteur un générateur à tension constante en série avec une grande résistance (*fig.* 41).

On aboutit ainsi aux trois schémas suivants pour les trois montages possibles (*fig.* 42).

Ces montages ont l'inconvénient de nécessiter deux sources de tension ou une seule avec prise. Il est possible de n'utiliser qu'une seule source en reliant la base à une prise sur un potentiomètre



shuntant la source (*fig.* 43). La puissance débitée par celle-ci est alors augmentée du débit dans le potentiomètre. Comme dans le cas de deux sources on peut mettre à la masse l'électrode que l'on veut pour réaliser le montage désiré (*fig.* 44).

2.3.1. Stabilité du point de fonctionnement (transistors a jonctions) [2]. — Une question à considérer soigneusement est celle de la stabilité du point de fonctionnement quand on change de transistor ou quand la température varie. Ceci est surtout important avec les transistors à jonctions et nous allons voir qu'il faut éviter les polarisations à courant de base constant.

Le courant collecteur d'un transistor à jonctions suit à peu près la loi

$$i_c = i_{co} + \alpha i_e,$$

où i_{co} est le courant collecteur correspondant à un courant émetteur nul, ou en d'autres termes le courant inverse de la diode collecteur base.

i_{co} peut varier beaucoup d'un échantillon de transistor à l'autre et croît exponentiellement quand

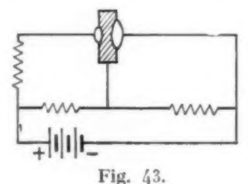


Fig. 43.

la température augmente, il croît aussi avec la tension de collecteur. On peut s'attendre à des

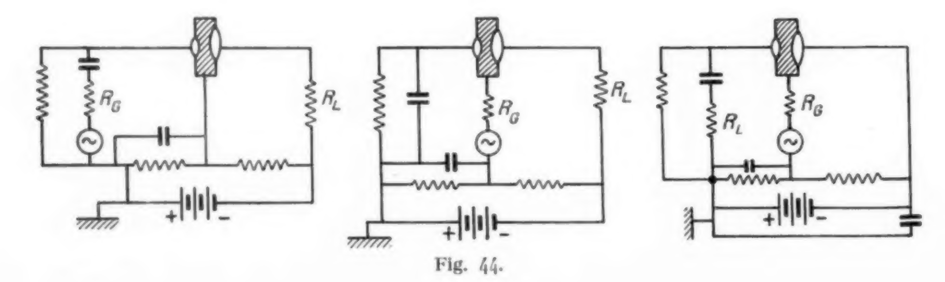


Fig. 44.

valeurs allant de quelques microampères à plusieurs centaines ou mêmes quelques milliampères à température élevée.

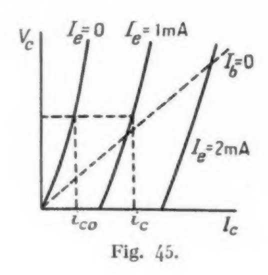


Fig. 45.

Considérons par exemple un transistor à jonctions polarisé à courant de base nul (*fig.* 46). On a

$$i_c = i_{co} + \alpha i_e,$$
$$i_c = i_e,$$

d'où

$$i_c = \frac{i_{co}}{1 - \alpha}.$$

On peut définir un facteur de stabilité

$$S = \frac{\mathrm{d}i_c}{\mathrm{d}i_{co}}$$

qui est ici égal à $\frac{1}{1-\alpha}$, ce qui représente le gain en courant du transistor émetteur à la terre. Ce gain

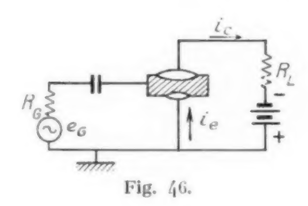


Fig. 46.

atteint facilement 50 avec un bon transistor. Si par ailleurs ce transistor a, à la température ambiante, un courant de saturation $i_{co} = 3\ \mu A$, une élévation de température de 45° portera le courant de saturation à $3 \times 2^4 \neq 50\ \mu A$ et le courant collecteur augmentera de 2,5 mA. Ceci risque soit d'abaisser le gain du transistor, soit, si la charge est élevée, de réduire la tension collecteur à zéro et d'arrêter tout fonctionnement, soit même quelquefois de produire un échauffement cumulatif qui détruit le transistor.

De même les montages où la base est polarisée à courant constant (*fig.* 47) ont un facteur de stabilité

$$S = \frac{1}{1 - \alpha}.$$

Ces montages sont donc à éviter et ceci se comprend bien en considérant que si α devient très voisin de 1 le transistor ressemble de plus en plus à une lampe et le montage devient de plus en plus instable.

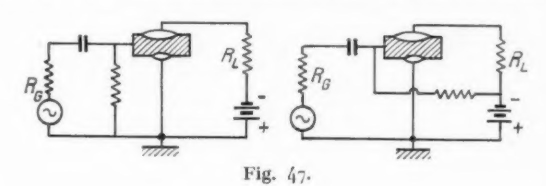


Fig. 47.

Ce montage revient en effet à polariser une lampe avec un courant de grille constant.

Au contraire les montages où la polarisation se fait à courant émetteur constant ont un facteur de stabilité de l'ordre de 1 provenant de la contre-réaction en courant continu produite par la résistance d'émetteur.

C'est le cas de ceux représentés sur les figures 42 et 44 quand la résistance d'émetteur est très grande et quand le pont shuntant la source débite beaucoup.

Tous les intermédiaires sont possibles entre ces deux extrêmes. D'une façon générale la figure 48

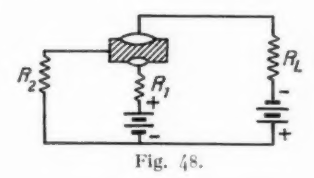


Fig. 48.

représente un transistor à jonction polarisé avec deux sources et l'on trouve un facteur de stabilité

$$S = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2(1 - \alpha)}.$$

La figure 49 représente un transistor à jonctions

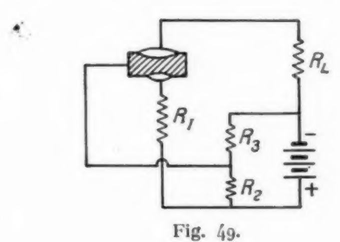


Fig. 49.

polarisé avec une seule source et l'on trouve alors

$$S = \frac{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}}{1 - \alpha + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}}.$$

On voit donc que la recherche d'une grande stabilité de fonctionnement s'accompagne d'une dissipation de puissance élevée dans les résistances de polarisation.

2.3.2. Amplificateurs tandem (transistors a jonctions) [3]. — Une économie notable de puissance de polarisation peut être réalisée en se servant d'un premier transistor comme source à courant constant pour en polariser un second.

Par exemple la figure 50 représente un amplificateur à deux étages, le premier étage est monté en collecteur à la terre et le second en émetteur à la terre. Cet amplificateur a donc l'entrée et la sortie à haute impédance et l'adaptation entre les deux étages est convenablement réalisée.

Le premier transistor est polarisé suivant les principes exposés plus haut et son courant de collecteur, à peu près constant, sert à polariser l'émetteur du second. On peut ainsi atteindre un rendement global de l'ordre de 35 %, ce qui serait impossible en polarisant séparément chaque transistor.

Ce genre de montage est susceptible de nombreuses variantes, dont plusieurs sont décrites en détail dans la référence citée.

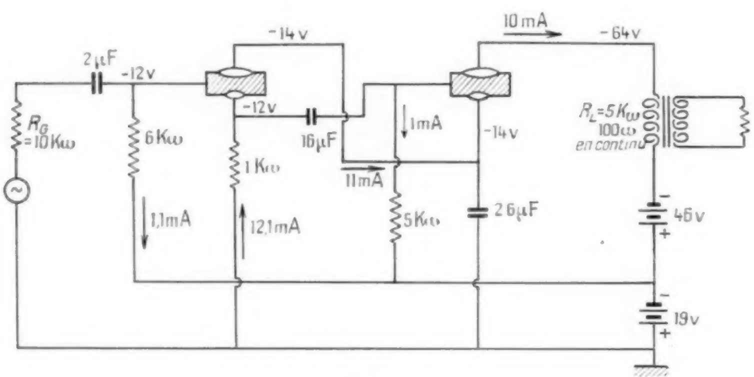


Fig. 50.

2.4. Comportement aux fréquences élevées (transistors à jonctions) [28], [27] à [35].

Le gain d'un transistor baisse quand on l'utilise à des fréquences trop élevées à cause de l'apparition de nouveaux phénomènes : capacités des jonctions, capacités de charge d'espace et variation des temps de transit dans la base.

Chaque jonction *n-p* a une capacité qui est à peu près celle d'un condensateur plan dont l'épaisseur serait celle de la zone de dépression. Cette capacité est négligeable à la jonction émetteur, mais prépondérante à la jonction collecteur où elle varie environ inversement à la puissance 1/2 de la tension collecteur-base pour des transistors alliés et inversement à la puissance 1/3 pour des transistors tirés. Pour un transistor à jonctions typiques on a $C_c = 30\ \mu\mu$ F pour $V_c = -1{,}5$ V et $C_c = 12\ \mu\mu$ F pour $V_c = -10$ V.

Une autre capacité apparaît aux bornes des jonctions par suite du fonctionnement même du transistor. Cette capacité est négligeable à la jonction collecteur, elle est considérable à la jonction émetteur. L'émetteur injecte les porteurs minoritaires dans la base et ceux-ci diffusent vers le collecteur sous l'action d'un gradient de concentration. L'application d'un signal à l'émetteur entraîne donc une variation du nombre des charges présentes dans la base et cette variation de charge induite par le signal se traduit par une capacité émetteur-base. Cette capacité varie à peu près proportionnellement au courant de polarisation émetteur et peut atteindre des valeurs considérables. Pour un courant émetteur de 1 mA, elle est de l'ordre de 10 000 $\mu\mu$ F pour un transistor à jonctions normal, et de 1 000 $\mu\mu$ F pour un transistor à jonctions étudié spécialement pour les hautes fréquences.

Enfin, une dernière cause de limitation en haute fréquence est que tous les porteurs injectés par l'émetteur ne mettent pas le même temps à parvenir au collecteur. Il en résulte également une baisse de gain quand ces variations de temps de transit deviennent du même ordre de grandeur que la période du signal.

Cet effet de diffusion et la capacité de l'émetteur ont la même origine physique et sont donc toujours observés simultanément, toutefois, l'influence de

la capacité émetteur est presque toujours la première à se faire sentir.

En haute fréquence, tous les paramètres du transistor deviennent donc des quantités complexes. En particulier le gain de courant en court-circuit varie comme indiqué sur la figure 51, son module

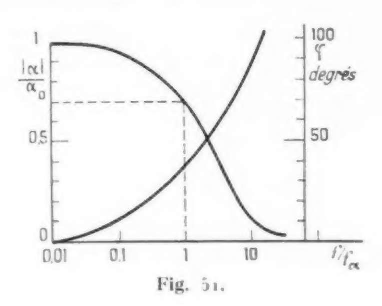


Fig. 51.

diminuant et son angle de phase augmentant quand la fréquence augmente.

Un paramètre important du transistor est la fréquence de coupure f_α pour laquelle α est inférieure de 3 dB à la valeur α_0 relative aux basses fréquences.

Pour les transistors à jonctions normaux, f_α est de l'ordre de 200 kc/s, on peut atteindre 10 Mc/s avec des transistors à jonctions spécialement construits [8] ou des transistors à pointes.

2.4.1. Schémas équivalents. — Le plus simple est celui de la figure 52 [8] où r_e est shunté par la capacité d'entrée due à la diffusion et r_c par la capacité de la jonction collecteur. La source de

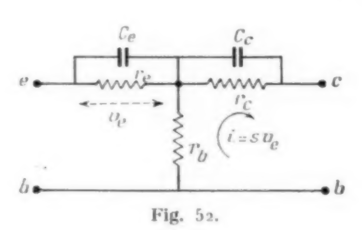


Fig. 52.

courant dans le circuit collecteur est de la forme sv_e, v_e étant la tension aux bornes de r_e. Ceci signifie que le courant amplifié est celui qui traverse r_e à l'exclusion de celui qui traverse C_e

Des valeurs typiques sont $C_e = 10\,000\ \mu\mu\text{F}$ et $C_c = 30\ \mu\mu\text{F}$ pour un transistor normal et $C_e = 1000\ \mu\mu\text{F}$, $C_c = 10\ \mu\mu\text{F}$ pour un transistor à jonctions spécialement réalisé pour les applications en haute fréquence. Les autres éléments du schéma ont à peu près les mêmes valeurs qu'en basse fréquence, la résistance de base étant en général un peu plus faible.

Pour des transistors à jonctions usuels ce schéma donne des résultats assez précis jusqu'à environ la moitié de f_α. On peut obtenir un schéma plus exact en calculant la valeur de ses éléments à partir des équations de diffusion des charges dans le transistor [27]. On est ainsi conduit au schéma de la figure 53 où chacun des éléments Y est fonction de la fréquence.

En particulier le gain de courant α est de la forme

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{\operatorname{ch}\sqrt{2{,}43\,j\,\frac{f}{f_\alpha}}}$$

qui représente assez correctement α jusqu'à des valeurs de f d'environ $10\,f_\alpha$.

Il est possible de trouver par des développements en série un schéma équivalent à celui de la

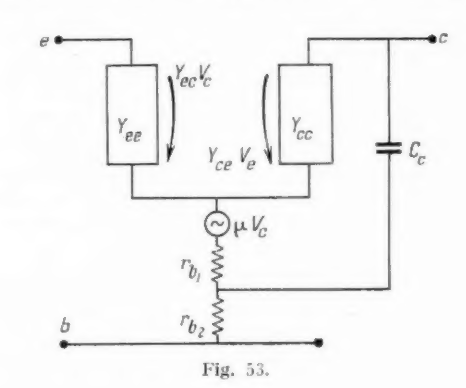


Fig. 53.

figure 53 [31] où les éléments ne dépendent pas de la fréquence, toutefois le résultat est assez compliqué et ne semble pas très utilisable en pratique.

Le schéma équivalent exact le plus simple, semble avoir été obtenu en identifiant les équations de la diffusion à celles de la propagation dans une ligne à retard [28], [29], [30]. On aboutit ainsi au schéma de la figure 54 comprenant une ligne à

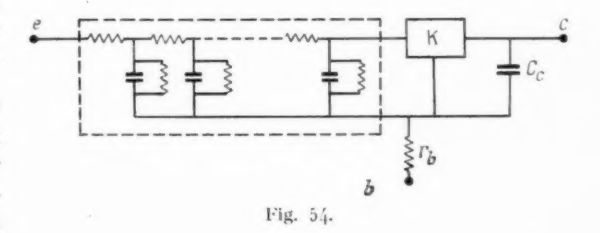


Fig. 54.

retard à résistances et capacités et un amplificateur K indépendant de la fréquence et jouissant

des propriétés suivantes :

$$\frac{\text{Voltage de sortie}}{\text{Voltage d'entrée}} = k,$$

$$\frac{\text{Courant de sortie}}{\text{Courant d'entrée}} = 1,$$

C_c est la capacité de la jonction collecteur et r_b la résistance de base.

Pour être tout à fait complet, il faudrait ajouter en série, à l'entrée et à la sortie, deux impédances toujours négligeables en pratique et tenir compte d'une capacité entre émetteur et collecteur. Cette capacité due principalement au montage et au support est très petite mais peut intervenir aux fréquences élevées.

Pour un transistor typique, on a

$r_b = 300\ \Omega$,

$C_c = 50\ \mu\mu F$

$k = 8\,500$,

rl = résistance série totale de la ligne = 15 ω,

gl = conductance parallèle totale de la ligne = $\frac{1}{255}$ mho,

cl = capacité parallèle totale de la ligne = 42 000 μμF.

et les courbes expérimentales des impédances d'entrée et de sortie et de gain direct et inverse coïncident bien avec le calcul jusqu'à environ $3\,f_\alpha$.

Il y a d'ailleurs bien entendu plusieurs façons équivalentes de représenter ce schéma. On les trouvera dans les références citées.

2.4.2. Variation des paramètres équivalents avec la fréquence [2], [28], [32], [33], [34], [8]. En effectuant des mesures ou en utilisant les schémas équivalents précédents on arrive aux conclusions suivantes :

Le gain diminue toujours quand la fréquence augmente. Si la charge du collecteur est une grande résistance, cette chute de gain provient de l'influence de la capacité collecteur-base, ce qui est un effet très banal.

Il faut d'ailleurs noter que la capacité collecteur-base décroît quand la fréquence croît. Ceci s'explique très bien avec les schémas équivalents comprenant les lignes à retard. Pour les basses fréquences, la capacité collecteur-base comprend la capacité de la jonction collecteur C_c en parallèle avec la capacité totale de la ligne à retard (éventuellement vue à travers un transformateur d'impédances comme dans la figure 54). Plus la fréquence monte, plus la capacité collecteur-base tend à se réduire à la capacité de la jonction C_c.

Si la charge du collecteur est une petite résistance ou un circuit accordé, la baisse du gain provient de la baisse de α. Cette baisse est beaucoup plus rapide dans les montages émetteur ou collecteur à la terre où le gain dépend de $\frac{1}{1-\alpha}$ que dans le montage base à la terre où il dépend de α (*fig.* 55).

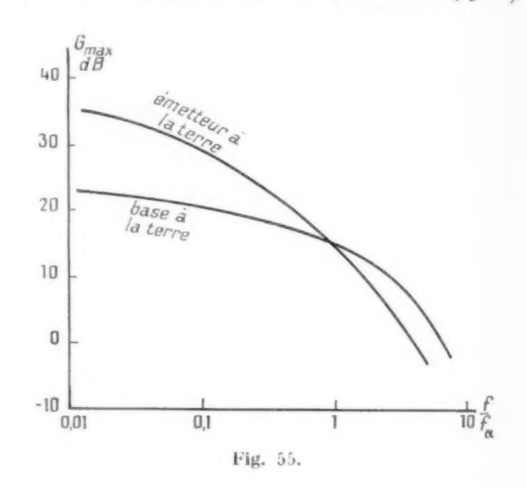


Fig. 55.

Le montage émetteur à la terre part d'un gain plus élevé, mais tous comptes faits, il y a intérêt à utiliser le montage base à la terre pour les amplificateurs en haute fréquence.

En supposant que le générateur et la charge sont des résistances pures, on trouve que l'impédance d'entrée d'un transistor base à la terre augmente avec la fréquence et que l'impédance de sortie diminue très vite. Pour le montage émetteur à la terre, les impédances d'entrée et de sortie décroissent avec la fréquence. Pour le montage collecteur à la terre, l'impédance d'entrée décroît avec la fréquence et l'impédance de sortie croît.

La stabilité du circuit diminue aux fréquences élevées et un transistor à jonctions peut devenir instable en haute fréquence dans certains cas défavorables.

Il faut enfin noter le rôle néfaste de la résistance de base. En revenant au schéma simplifié de la figure 52 on voit que cette résistance forme un diviseur de tension avec la capacité d'émetteur de sorte que la fréquence de coupure f_α correspond souvent à la constante de temps $r_e C_e$. D'autre part, dans le montage base à la terre qui est le meilleur en haute fréquence, la charge du collecteur ne peut pas être réduite en dessous de r_b, en d'autres termes, la présence de r_b empêche d'accorder exactement la capacité de sortie. Il en résulte que la constante de temps $r_b C_c$ intervient aussi pour limiter le gain.

Enfin, toujours dans le montage base à la terre, la résistance de base crée un couplage entre la sortie et l'entrée alors que l'effet correspondant n'existe pas dans une triode grille à la masse.

Ce couplage contribue encore à abaisser le gain et rend l'impédance d'entrée fortement sensible à la charge.

2.4.3. Neutrodynage d'un transistor [33]. — Pour fonctionner en haute fréquence, il est préférable de neutrodyner un transistor émetteur à la terre de la même façon qu'une triode cathode à la

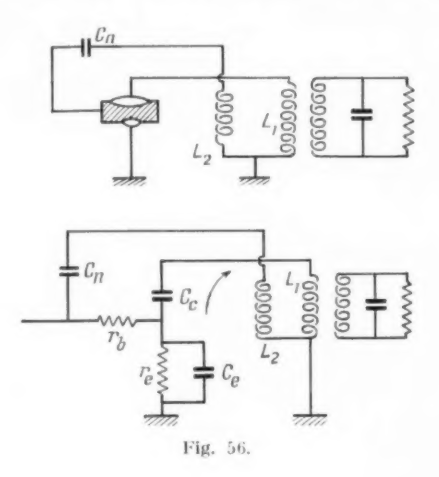


Fig. 56.

terre. On peut utiliser les mêmes montages, par exemple le circuit classique de la figure 56 où en première approximation le rapport $\frac{C_n}{C_c}$ est égal au rapport du nombre de tours $\frac{n(L_1)}{n(L_2)}$.

Il y aurait lieu en principe d'ajouter une partie résistive au circuit de neutrodynage, ceci est toutefois peu utile en pratique.

A la différence des triodes grille à la terre, il est également nécessaire de neutrodyner les transistors dans le montage base à la terre. On peut par exemple utiliser le montage de la figure 57 où l'on doit avoir

$$\frac{C_n}{C_e} = \frac{r_b}{r_n},$$

et il y a intérêt pour obtenir le maximum de gain à choisir C_n et r_n du même ordre de grandeur que C_e et r_b.

Avec des circuits ainsi neutrodynés, il est possible d'obtenir des gains utilisables à plusieurs fois la fréquence de coupure du transistor.

2.4.4. Étude en impulsions [35] à [40]. — Au lieu de considérer des signaux sinusoïdaux, on peut caractériser le fonctionnement d'un transistor aux fréquences élevées en étudiant le temps de montée d'une impulsion à front raide.

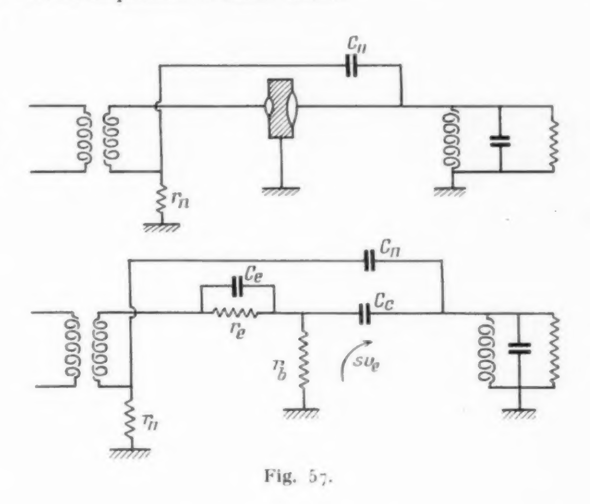


Fig. 57.

Il y a lieu de distinguer entre le passage coupé-conducteur et le passage inverse qui est toujours sensiblement plus long.

En effet, quand on coupe le courant émetteur d'un transistor, les charges présentes dans la base disparaissent par diffusion et par recombinaison, ce phénomène est lent parce qu'aucune injection ne crée le gradient de concentration nécessaire pour pousser les charges vers le collecteur.

Le temps de montée coupé-conducteur d'un transistor base à la terre, chargé assez faiblement pour que la capacité de collecteur n'intervienne pas, est de l'ordre de $\frac{0,16}{f_\alpha}$. Le passage inverse est environ 2 à 3 fois plus long. Les durées de passage sont donc de l'ordre de la microseconde pour les transistors à jonctions usuels.

Avec des transistors à pointes ou des transistors à jonctions haute fréquence, il est possible d'obtenir des transitions environ 10 fois plus rapides.

2.5. **Bruit** [2], [41] à [44].

Comme tous les amplificateurs, les transistors produisent du bruit de fond. Ce bruit était considérable avec les premiers transistors fabriqués, mais de gros progrès ont été faits, et il est possible, en utilisant des transistors à jonctions, de réaliser des amplificateurs presque aussi sensibles qu'avec des lampes, dans certains cas même meilleurs,

Toutefois, le bruit des transistors à pointes est toujours très élevé.

Une théorie exacte du bruit des transistors ne peut se faire qu'en ajoutant deux générateurs de bruit dans le schéma équivalent dont les autres éléments sont alors supposés non bruyants.

Il y a de nombreuses dispositions possibles; parmi les plus simples et celles conduisant aux mesures les plus faciles, on peut retenir celles de la figure 58. Le schéma à deux générateurs de

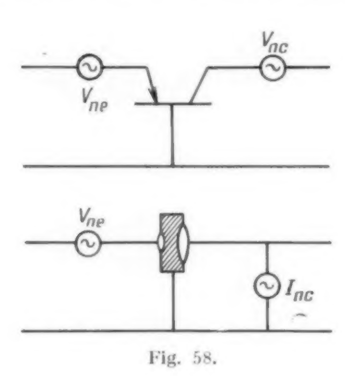


Fig. 58.

tension est en général plus pratique avec les transistors à pointes alors que le schéma comprenant un générateur de tension et un de courant est préférable avec les transistors à jonctions, ceci en raison de la difficulté de faire des mesures en laissant le collecteur d'un transistor à jonctions en circuit ouvert. Il existe d'ailleurs des relations simples permettant de passer d'un schéma à un autre.

Des valeurs typiques pour un transistor à pointes en utilisant le schéma à deux générateurs de tension sont à 1000 périodes :

$$V_{ne} = 1\,\mu V, \qquad V_{nc} = 100\,\mu V.$$

Pour un transistor à jonctions les valeurs seraient environ 100 fois plus faibles.

Les puissances des deux générateurs de bruit du schéma équivalent dépendent de la fréquence. Ces deux générateurs ne sont pas indépendants, c'est-à-dire que la puissance de bruit à la sortie du transistor n'est pas la somme de la puissance du générateur de sortie et de celle du générateur d'entrée multipliée par le gain du transistor. Il faut en retrancher une puissance de corrélation, d'ailleurs variable selon le point de fonctionnement du transistor. Enfin, les amplitudes de ces deux générateurs de bruit dépendent du point de fonctionnement du transistor.

2.5.1. Facteur de bruit. — Ces deux générateurs de bruit conduisent à des calculs trop compliqués pour être utilisés en pratique, dans tous les cas usuels on se sert de la notion de facteur de bruit.

On définit le facteur de bruit d'un amplificateur comme le rapport de la puissance de bruit circulant dans la résistance de charge à la puissance qui y circulerait si l'amplificateur n'introduisait pas de bruit. Cette dernière est égale à la puissance de bruit produite par la résistance du générateur multipliée par le gain de l'amplificateur.

La résistance du générateur étant R_G, la tension moyenne quadratique de bruit théorique est à l'entrée de l'amplificateur de bande f_1, f_2 :

$$\overline{e_n^2} = 4KTR_g(f_2 - f_1).$$

K étant la constante de Boltzmann $K = 1{,}374.10^{-23}$ Joule par degré et T la température absolue.

Si le gain de l'amplificateur est A, ceci correspond à une tension moyenne quadratique de bruit à la sortie

$$\overline{e_s^2} = 4KTR_g(f_2 - f_1)A^2.$$

En fait, la tension moyenne quadratique de bruit observée dans la charge est $\overline{V_n^2}$ et le facteur de bruit est

$$F = \frac{\overline{V_n^2}}{4KTR_G(f_2 - f_1)A^2}.$$

Une méthode de mesure consiste donc à mesurer séparément $\overline{V_n^2}$ et A et à les substituer dans la relation précédente où tous les autres termes sont connus.

Une autre méthode, souvent plus commode, consiste à brancher un générateur de bruit à l'entrée de l'amplificateur et à noter la tension de bruit qu'il faut injecter à l'entrée pour doubler le bruit de sortie. Cette tension est égale à $\sqrt{\frac{\overline{V_n^2}}{A^2}}$ et l'on en déduit F.

D'un autre côté, connaissant les éléments du schéma équivalent et les deux générateurs de bruit, on peut calculer le facteur de bruit d'un transistor. Cette méthode est compliquée mais à l'avantage de s'appliquer dans tous les cas, alors que l'on trouve des facteurs de bruit différents pour un même transistor dans différents circuits.

Toutefois, le calcul et les mesures montrent que le facteur de bruit est pratiquement le même dans les trois montages possibles (base, émetteur ou collecteur à la masse), qu'il ne dépend pas de la résistance de charge et qu'il passe par un minimum

très peu accentué pour des valeurs de la résistance du générateur de l'ordre de 500 Ω (pour un transistor à jonctions). Ceci fait que dans presque tous les cas pratiques, le facteur de bruit caractérise très bien un transistor à peu près indépendamment de son montage.

2.5.2. Variation du facteur de bruit avec la fréquence. — Le facteur de bruit d'un transistor monté en amplificateur à bande étroite dépend de la fréquence d'accord moyenne.

Dans les basses fréquences, la puissance de bruit par cycle de bande créé par le transistor varie comme l'inverse de la fréquence, on a donc dans cette région (comme d'ailleurs pour les lampes)

$$F \approx \frac{1}{f}$$

et la courbe représentant F en décibels en fonction de $\log f$ (*fig.* 59) est une droite inclinée de 3 dB par octave.

Cette loi est vraie depuis les très basses fréquences (au moins de 0,01 à 0,001 période), jusqu'à une

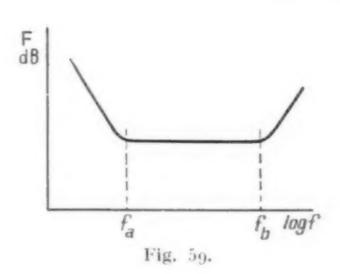


Fig. 59.

fréquence f_a qui dépend des transistors. Pour les premiers transistors à jonctions, le bruit était très élevé et la fréquence f_a se confondait avec la fréquence de coupure du transistor. Pour les transistors à jonctions récents, la fréquence f_a se situe entre 500 et 10 000 périodes, étant en général d'autant plus élevée que le bruit des transistors est grand. Pour les transistors à pointes, la fréquence f_a est notablement plus élevée.

Soit dans cette région de bruit hyperbolique F_0 le facteur de bruit pour une bande étroite autour de f_0. Le bruit dans la charge d'un amplificateur de bande $f_2 - f_1$ comprend d'une part le bruit provenant de la résistance d'entrée, proportionnel à $f_2 - f_1$, et d'autre part le bruit produit par le transistor proportionnel à

$$\int_{f_1}^{f_2} \frac{df}{f} = \log_e \frac{f_2}{f_1}.$$

Le bruit du transistor est en général prépondérant et l'on a alors pour l'amplificateur de bande $f_2 - f_1$,

$$F = F_0 \frac{f_0}{f_2 - f_1} \log_e \frac{f_2}{f_1}.$$

Si la bande est étroite, on retrouve bien la loi

$$F = F_0 \frac{f_0}{f}.$$

Au-delà de la fréquence f_a le bruit du transistor devient gaussien et indépendant de la fréquence jusqu'à une fréquence f_b, voisine de la fréquence de coupure de l'amplificateur considéré. Au delà de f_b le gain du transistor décroît et le facteur de bruit croît suivant une loi correspondante.

Dans la région de bruit uniforme, le facteur de bruit d'un amplificateur est indépendant de sa bande passante.

2.5.3. Variation du facteur de bruit avec le point de fonctionnement. — Le facteur de

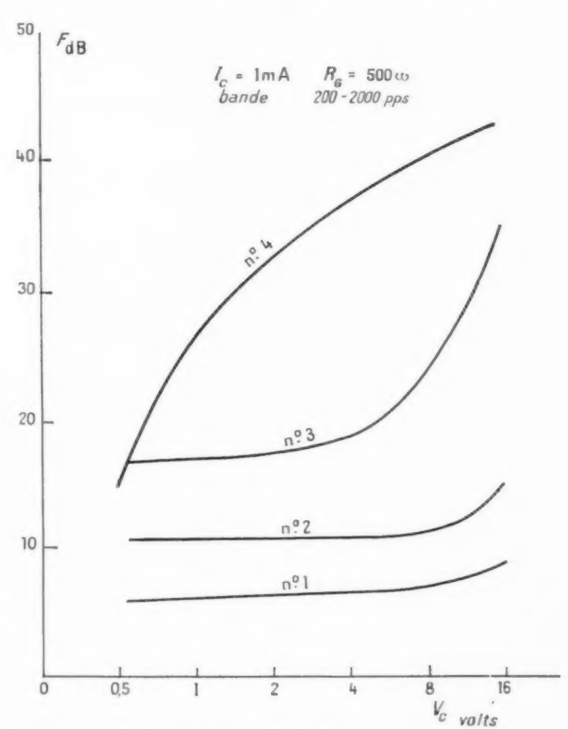


Fig. 60. *a*. — Variation du facteur de bruit F avec V_c

bruit d'un transistor varie avec le point de fonctionnement, à la fois parce que le bruit engendré et le gain varient.

Pour les transistors à pointes, le facteur de bruit dépend assez peu de la tension collecteur, le gain et le bruit croissant tous les deux avec la tension collecteur.

Avec les transistors à jonctions, le gain varie très peu avec la tension collecteur et le bruit ne varie pratiquement pas quand la tension collecteur est faible, puis se met à augmenter quand la tension collecteur devient plus grande. La tension collecteur pour laquelle le facteur de bruit commence à croître dépend des transistors. Avec les anciens transistors à jonctions, cette tension était de l'ordre du volt; pour les transistors récents, elle est de 10 à 20 V. La vitesse de croissance dépend aussi beaucoup des échantillons.

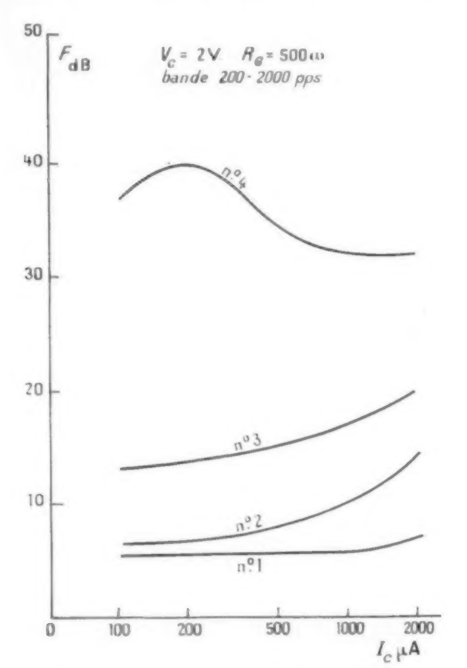


Fig. 60 *b*. — variation du facteur de bruit F avec I_c.

Toujours avec les transistors à jonctions, le facteur de bruit augmente avec le courant émetteur, ceci provient à la fois d'une augmentation du bruit et d'une baisse du gain.

2.5.4. Valeurs usuelles du facteur de bruit. — Il est habituel de mesurer le facteur de bruit pour une bande étroite centrée autour de 1000 périodes, la tension collecteur étant de 1 à 1,5 V, et le courant émetteur de 0,5 à 1 mA. La résistance du générateur est choisie égale à 500 Ω, valeur voisine de celle conduisant au minimum de *F*.

On trouve ainsi des valeurs de 40 à 80 dB pour les transistors à pointes et de 5 à 30 dB pour les transistors à jonctions. Les transistors à pointes ne se prêtent donc pas à la réalisation d'amplificateurs sensibles, mais par contre les transistors à jonctions permettent presque d'obtenir la même sensibilité que les lampes.

Il faut d'ailleurs noter que le bruit d'une lampe est bien représenté par une résistance équivalente de bruit en série avec la grille et que, par conséquent, le facteur de bruit d'un amplificateur à lampes décroît quand la résistance du générateur croît. Il y a donc intérêt à coupler un générateur à la grille d'une triode par un transformateur élévateur. Il n'en est pas de même avec les transistors pour lesquels nous avons vu qu'il existait une résistance optima de générateur voisine de 500 Ω. Au total, les bons transistors à jonctions permettent de réaliser des amplificateurs meilleurs que les lampes (attaqués par la grille) quand la résistance du générateur est faible, mais ils sont malgré tout inférieurs quand la résistance du générateur est grande ou quand on peut faire précéder la lampe d'un transformateur élévateur.

La normalisation de la mesure du facteur de bruit à 1000 périodes a été faite à un moment où cette fréquence se trouvait toujours dans la région hyperbolique du bruit. Il n'en est plus de même aujourd'hui, de sorte qu'il est difficile de déduire du chiffre indiqué le bruit d'un amplificateur centré sur une fréquence quelconque. Il semblerait préférable de mesurer deux facteurs de bruit, par exemple celui d'un amplificateur couvrant la bande audio et celui d'un amplificateur à bande étroite situé sur une fréquence assez élevée pour être sûr qu'elle se trouve dans la région de bruit uniforme.

2.5.5. Rapport signal a bruit. — En supposant que le gain du premier étage d'un amplificateur soit assez élevé pour que le bruit de cet étage soit le seul à intervenir, il est possible de déduire de la figure de bruit du premier étage le rapport signal à bruit obtenu à la sortie de l'amplificateur.

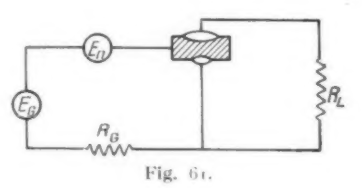


Fig. 61.

Pour un montage donné (*fig.* 61), on peut repré-

senter le bruit d'un transistor par un générateur de bruit, E_n, en série avec le signal. Le bruit produit dans la charge est alors

$$\overline{V_n^2} = A^2 \overline{E_n^2}.$$

A étant le gain du transistor; le bruit dans la charge dû à R_G seul est

$$A^2 4 KTR^G(f_2 - f_1).$$

Et l'on a donc par définition du facteur de bruit

$$F = \frac{\overline{E_n^2}}{4 KTR_G(f_2 - f_1)},$$

d'où

$$\overline{E_n^2} = 4 KTR_G(f_2 - f_1) F$$

Dans la région du bruit hyperbolique, on a

$$F = F_0 \frac{f_0}{f_2 - f_1} \log_e \frac{f_2}{f_1},$$

soit

$$\overline{E_n^2} = 4 KTR_G f_0 F_0 \log_e \frac{f_2}{f_1}.$$

On a

$$K = 1{,}374 \cdot 10^{-23} \text{ joule par degré.}$$

et à la température ambiante

$$T \neq 300^\circ K.$$

En passant en outre aux logarithmes à base 10, on trouve ainsi

$$\overline{E_n^2} = 3{,}8 \cdot 10^{-20} R_G f_0 F_0 \log_{10} \frac{f_2}{f_1} \quad (\text{Volts}^2)$$

et le rapport signal à bruit à l'entrée de l'amplificateur est

$$\frac{S}{N} = \frac{\overline{E_G^2}}{\overline{E_n^2}} = \frac{\overline{E_G^2}}{3{,}8 \cdot 10^{-20} R_G f_0 F_0 \log_{10} \frac{f_2}{f_1}},$$

les unités étant le volt et l'ohm.

Si le bruit des étages suivants n'intervient pas, on retrouve ce rapport signal à bruit à la sortie de l'amplificateur.

On peut simplifier les calculs en utilisant l'abaque de la figure 62 indiquant la relation entre $\frac{f_1}{f_2}$, F_0 mesuré à 1000 périodes et W_n, puissance disponible de bruit à l'entrée

$$W_n = \frac{\overline{E_n^2}}{4 R_G}.$$

On voit sur cet abaque que le bruit d'un amplificateur de bande donnée est d'autant plus faible que la fréquence moyenne est élevée.

Supposons par exemple le bruit du transistor d'entrée hyperbolique dans la bande d'un amplificateur de 50 à 5 000 cycles, la puissance disponible de signal $\frac{\overline{E_G^2}}{4 R_G} = 10^{-11}$ Watt, et soit 40 dB le rapport signal à bruit désiré à la sortie. W_n doit être inférieur à 10^{-15} Watt et, pour $\frac{f_2}{f_1} = 100$, on voit que le facteur de bruit à 1000 périodes du tran-

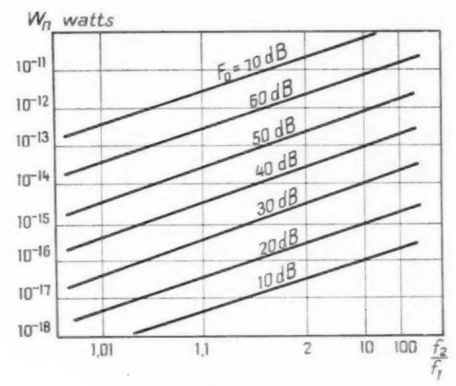


Fig. 62.

sistor d'entrée doit être inférieur à 18 dB environ, ce qui sera facilement obtenu avec un bon transistor à jonctions.

Dans la région des fréquences moyennes où le bruit est indépendant de la fréquence, on trouve de même

$$\frac{S}{N} = \frac{\overline{E_G^2}}{4 KTR_G(f_2 - f_1) F} = \frac{\overline{E_G^2}}{1{,}64 \cdot 10^{-20} R_G(f_2 - f_1) F},$$

les unités étant le volt et l'ohm, et F étant mesuré dans la région où il a une valeur constante.

Le rapport signal à bruit est alors indépendant de la fréquence moyenne de l'amplificateur et varie inversement à sa bande passante.

2.6. **Amplificateurs** [2].

Après avoir étudié les moyens de faire amplifier un seul transistor, il reste à examiner comment on peut mettre en série plusieurs étages pour obtenir un gain élevé. Les questions relevant de la théorie des réseaux, comme par exemple la compensation des amplificateurs video ou les amplificateurs à circuits décalés qui se traitent de la même façon que pour les amplificateurs à lampes, ne seront pas étudiées dans la suite. On se limitera aux problèmes particuliers aux amplificateurs à transistors, c'est-à-dire l'adaptation d'impédances nécessaire entre deux étages successifs, puisque en général l'entrée

d'un étage a une impédance notablement plus faible que sa sortie.

2.6.1. Amplificateurs a couplage direct. — En couplant directement l'entrée d'un étage sur la sortie du précédent, chaque étage se trouve chargé par une impédance faible égale à son impédance d'entrée. Le gain d'un étage est donc égal à son gain de courant qui est voisin du gain en court-circuit.

Ce type de couplage peut être utilisé avec des transistors à pointes base à la terre, le gain par étage étant sensiblement α, soit 2 à 4 environ.

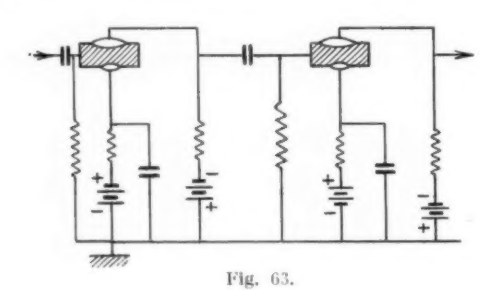


Fig. 63.

Il est plus intéressant d'utiliser des transistors jonctions émetteur à la terre, le gain par étage étant voisin de $\frac{1}{1-\alpha}$ soit 10 à 100.

La figure 63 représente par exemple le montage en série de transistors à jonctions émetteurs à la terre.

Pour réaliser ainsi un amplificateur accordé on peut disposer des circuits oscillant série entre les

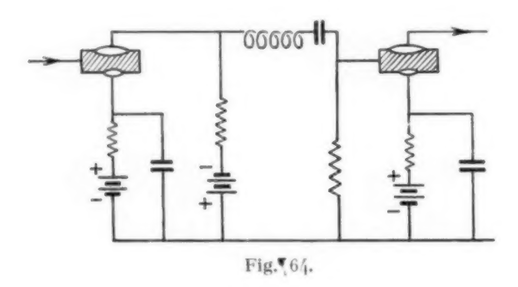


Fig. 64.

étages successifs (*fig.* 64). Ce type de circuit se déduit des circuits classiques à lampes à l'aide du principe de dualité.

2.6.2. Amplificateurs a couplage par transformateurs. — Si le couplage direct est très simple, on obtient un gain notablement plus élevé en adaptant l'impédance de sortie d'un étage à l'impédance d'entrée du suivant par un transformateur (*fig.* 65). Dans le cas où l'on veut monter des amplificateurs basse fréquence très petits, on a intérêt à éviter le passage des courants de polarisation

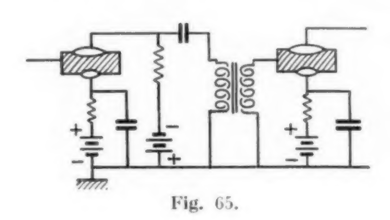


Fig. 65.

dans les transformateurs. On peut utiliser pour cela des condensateurs électrolytiques à faible tension de service.

Ce montage sera généralement adopté pour les amplificateurs accordés utilisant les transistors à

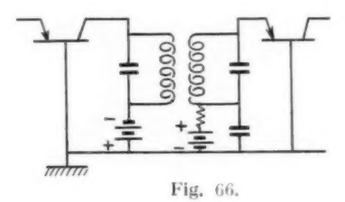


Fig. 66.

pointes base à la terre. On peut employer soit un transformateur à deux circuits couplés (*fig.* 66), soit un autotransformateur (*fig.* 67).

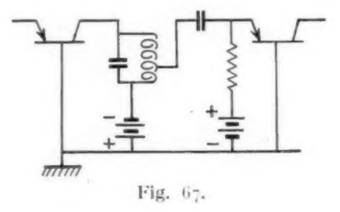


Fig. 67.

2.6.3. Amplificateurs non récurrents. — Le couplage par transformateur permet en principe d'obtenir le gain maximum possible de chaque transitor, mais n'est pas toujours commode à réaliser. Dans un amplificateur basse fréquence, les transformateurs peuvent devenir beaucoup plus gros que les transistors et il serait même difficile de réaliser des transformateurs pour faire un amplificateur vidéo.

Une solution intéressante est souvent de monter des amplificateurs non récurrents, c'est-à-dire dans lesquels les étages successifs couplés directement ne sont pas du même type.

Par exemple, deux étages base à la terre couplés directement ne donnent pas de gain avec des transistors à jonctions et très peu avec des transistors à pointes. Par contre, un étage base à la terre couplé

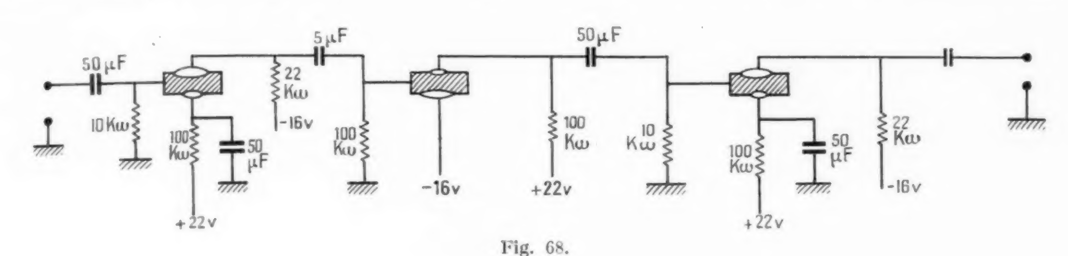


Fig. 68.

directement à un étage émetteur à la terre donnera un certain gain car l'impédance d'entrée du second est plus grande que celle du premier.

On se sert en général d'un étage collecteur à la terre pour réaliser l'adaptation des impédances entre deux étages émetteur ou base à la terre, l'étage intermédiaire amplifie peu mais permet aux deux autres d'être correctement adaptés et donc d'avoir un gain élevé. Il faudra faire attention à la stabilité de l'ensemble en employant ces procédés avec des transistors à pointes.

L'amplificateur de la figure 50 est un exemple de couplage direct de deux étages différents. Avec des transistors ayant un gain de courant de 0,9, il fournit un gain total de 35 dB.

L'amplificateur de la figure 68 est construit en couplant deux étages émetteur à la terre par un étage collecteur à la terre. Réalisé avec des transistors à jonctions TJN 1 ($\alpha = 0{,}9$) il donne un gain de 60 dB et une bande d'environ 100 kc/s. L'entrée se fait à faible impédance et la sortie à haute impédance.

2.6.4. Amplificateurs pour haute fréquence [2], [24], [25], [33], [46]. — Les montages à transistors à pointes des figures 66 ou 67 peuvent être utilisés jusqu'à quelques mégacycles. Il est cependant souvent préférable d'utiliser des transistors à jonctions, plus stables et moins bruyants.

Il y a intérêt à utiliser le montage émetteur à la terre en dessous de la fréquence de coupure f_α et le montage base à la terre au-delà. La conception d'un amplificateur haute fréquence doit tenir compte de la réaction par effet Miller et de la modification des impédances d'entrée et de sortie indiquée plus haut.

Le schéma de la figure 69 permet d'obtenir une amplification notable à plus de deux fois la fréquence de coupure du transistor. Les deux transistors à jonctions sont montés base à la terre et sont couplés par une cellule en *L*. Sur le schéma équivalent (*fig.* 70), on voit que l'ensemble C_1, *L*, C_2 forme un circuit résonnant série avec l'impédance d'entrée du second transistor (modifiée par l'effet Miller).

On trouve qu'il existe une valeur de C_1 pour laquelle le gain est maximum, *L* est choisi pour

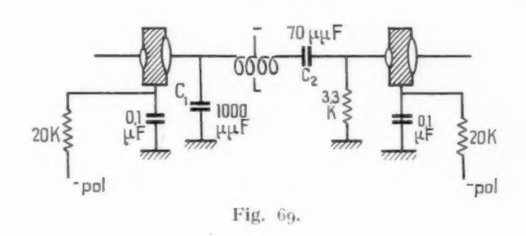


Fig. 69.

obtenir la surtension désirée et C_2 pour accorder l'ensemble à la fréquence voulue.

Les valeurs indiquées sur la figure 69 permettent d'obtenir un gain par étage de 15 à 20 dB à 500 kc/s avec des transistors TJN 1. On peut régler l'ampli-

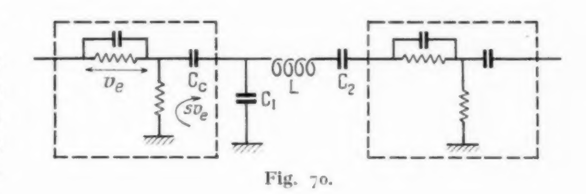


Fig. 70.

fication en agissant sur la tension du retour de base. Enfin, l'alimentation du collecteur se fait par une prise sur la self *L* à l'endroit où la tension haute fréquence est nulle.

Le montage précédent n'est pas très commode à neutrodyner. On obtient un gain plus élevé en utilisant le montage de la figure 71 où le neutrodynage s'effectue par une méthode déjà exposée.

L'adaptation des impédances s'effectue alors en

jouant sur le rapport du transformateur de couplage.

En dessous de la fréquence de coupure f_{α} on obtient un gain plus élevé en employant le mon-

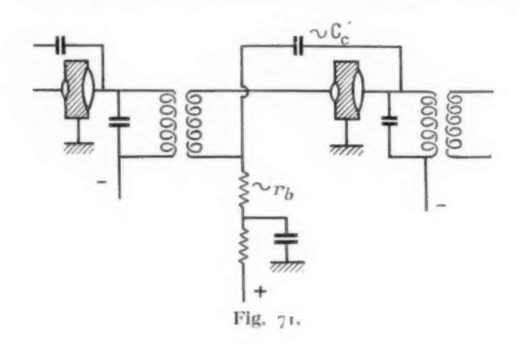


Fig. 71.

tage émetteur à la terre (*fig.* 72). L'adaptation des impédances est réalisée en ajustant le rapport des transformateurs de couplage et l'on peut neutrodyner les transistors en ajoutant les capacités C_n.

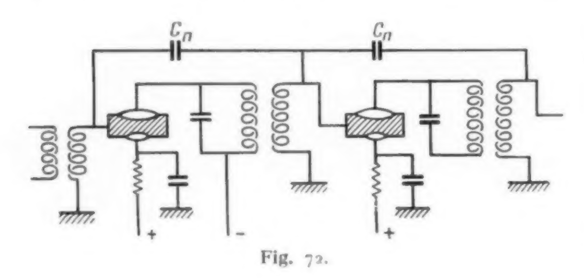


Fig. 72.

Pour obtenir une bande passante étroite, il faut souvent relier le collecteur à une prise du primaire du transformateur de couplage, ceci réduit en effet l'amortissement apporté par l'impédance de sortie du transistor. Cette remarque s'applique également au montage de la figure 71 où toutefois l'impédance de sortie est plus élevée.

2.6.5. Distorsion d'un transistor a jonctions en classe A. — Dès qu'un étage amplificateur travaille à un niveau notable, il risque de produire de la distorsion. Nous allons donner quelques indications sur cet effet, qui, d'une façon générale, peut être étudié par les méthodes graphiques déjà exposées.

Une première cause de distorsion provient de la baisse du gain de courant α du transistor avec le courant collecteur. Cet effet est évidemment beaucoup plus marqué avec les montages émetteur ou collecteur à la terre, donc le gain de courant est $\frac{1}{1-\alpha}$. On réduit donc cette cause de distorsion en utilisant le montage base à la terre.

Une seconde cause de distorsion provient de la non-linéarité de l'impédance d'entrée d'un transitor. Dans un transitor base à la terre par exemple, le courant collecteur est fonction assez linéaire du courant émetteur mais le courant émetteur n'est pas du tout fonction linéaire de la tension émetteur.

On produira donc une distorsion considérable en alimentant à niveau élevé l'émetteur d'un transistor base à la terre par un générateur à faible résistance interne qui se comporte comme une source de courant. Cette distorsion sera au contraire très faible si l'émetteur est alimenté par une source de courant, c'est-à-dire un générateur à grande résistance interne.

En fait, il suffit que la résistance interne du générateur soit de quelques centaines d'ohms pour que cette source de distorsion soit complètement négligeable avec les transistors à jonctions de petite puissance.

Un effet analogue se produit avec les transistors émetteur à la terre. L'impédance d'entrée est fonction du courant base et il y a également intérêt à utiliser un générateur à impédance interne relativement élevé.

Un générateur à impédance interne élevée sera par exemple constitué par le transistor de l'étage précédent monté émetteur ou base à la terre. Par contre, on aura un générateur à impédance interne faible si le transistor précédent est couplé par un transformateur adaptant les impédances. Il peut y avoir intérêt, pour réduire la distorsion, à sacrifier du gain en tolérant une certaine désadaptation ou en disposant une petite résistance en série avec le secondaire du transformateur de couplage.

Une dernière cause de distorsion très banale provient de l'écretage des signaux. Si le courant de polarisation de l'émetteur est trop faible, il y aura écretage par cut-off, s'il est trop élevé, il y aura écretage par annulation de la tension collecteur. La polarisation émetteur est correcte quand les signaux sont écretés symétriquement des deux côtés.

L'excellente linéarité des transistors à jonctions base à la terre en classe A permet d'obtenir des amplificateurs dont le rendement est de quelques unités inférieur au maximum théorique de 50 % (la puissance consommée pour polariser l'émetteur n'étant pas comptée). On peut donc espérer sortir une puissance égale à la dissipation du transistor, soit environ 100 mW pour les petits et 1 W pour

les gros. Si l'amplificateur est bien fait, la distorsion est faible et apparaît brusquement par écretage.

2.6.6. Amplificateurs de puissance. — S'il n'est pas encore possible d'obtenir avec les transistors des puissances élevées en haute fréquence, on peut néanmoins faire avec des transitors de puissance des amplificateurs fournissant plusieurs watts dans la bande andio. Le montage le plus avantageux est alors le push-pull classe B.

Nous avons vu que le gain de courant d'un transistor baissait quand le courant collecteur augmentait. Il y a donc un courant collecteur maximum au-delà duquel le transistor n'est plus utilisable. Ceci limite la puissance de sortie quand la tension d'alimentation est faible.

Si la tension d'alimentation est élevée, la puissance de sortie sera limitée par la dissipation maximum des transistors utilisés.

Comme en outre la variation du gain avec le courant émetteur crée de la distorsion, il y a intérêt, quand c'est possible, à utiliser une source d'alimentation de tension aussi élevée que la tension de claquage des jonctions le permet.

La tension d'alimentation étant fixée, la puissance maximum de sortie croît quand la résistance de charge décroît, mais en même temps, le gain dans les montages émetteur et base à la terre décroît. On trouve ainsi que le montage émetteur à la terre a toujours un gain plus élevé que le montage base à la terre et que le montage collecteur à la terre a le gain le plus élevé quand la résistance de charge est très petite. Le gain d'un transistor collecteur à la terre peu chargé est en effet sensiblement égal à son gain de courant, donc indépendant de la résistance de charge.

Les causes de distorsion et les remèdes sont les mêmes que ceux qui viennent d'être indiqués pour les amplificateurs en classe A.

Quand on recherchera particulièrement une distorsion faible, on utilisera donc le montage base à la terre (*fig.* 73 *a*). Pour obtenir un gain élevé, on choisira le montage émetteur à la terre (*fig.* 73 *b*), et pour sortir la puissance maximum on employera le montage collecteur à la terre (*fig.* 37 *c*).

Rappelons que si E_0 est la tension de la source d'alimentation et E_d la tension de déchet aux bornes d'un transistor où passe le courant maximum I_m, la puissance totale de sortie est

$$W_s = I_m \frac{E_0 - E_d}{2} \simeq I_m \frac{E_0}{2}.$$

La charge collecteur à collecteur (ou émetteur à émetteur) est

$$R_L = 4\frac{E_0 - E_d}{I_m} \simeq 4\frac{E_0}{I_m},$$

d'où

$$W_s = 2\frac{(E_0 - E_d)^2}{R_L} \simeq 2\frac{E_0^2}{R_L}$$

et le rendement est

$$\rho = \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{E_d}{E_0}\right),$$

E_d étant de l'ordre de 0,5 V, on voit que le rendement (non compris la puissance de polarisation) atteint presque le rendement théorique de 78 %. Des rendements supérieurs à 75 % ont été observés avec une source d'alimentation de 12 V.

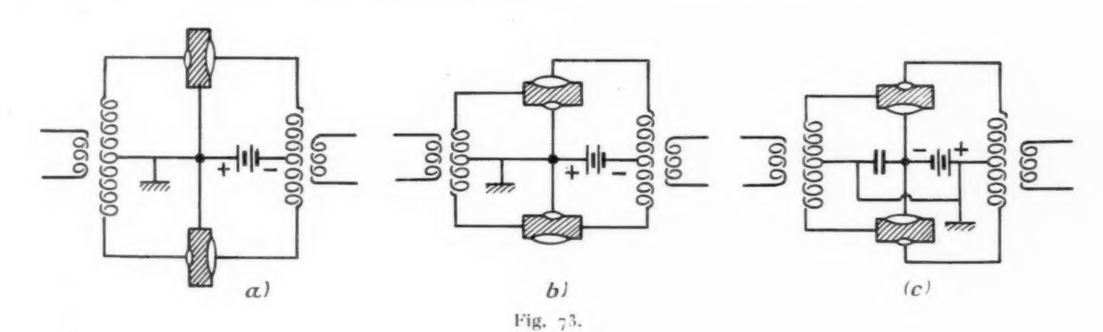


Fig. 73.

En fait, on constate qu'il y a intérêt à appliquer une légère tension négative aux bases des transistors au lieu de les relier directement aux émetteurs. Dans le montage de la figure 74, cette tension est celle qui apparaît aux bornes d'une diode à jonction polarisée dans le sens direct. Cette tension dépend peu du courant qui traverse la diode et sa variation en fonction de la température est précisément celle qui convient pour que le push-pull soit toujours bien polarisé [46].

Il faut prendre garde que les enroulements d'entrée et de sortie aient des résistances assez faibles pour

que les chutes ohmiques soient négligeables devant les autres tensions mises en jeu. Sinon le rendement et la puissance de sortie baissent rapidement.

En utilisant des transistors de puissance et des sources de 10 à 20 V, la résistance de charge doit

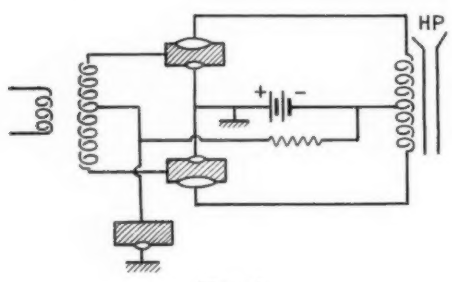


Fig. 74.

être de quelques ohms. On peut donc charger directement le push-pull par la bobine mobile d'un haut parleur à condition d'y disposer un point milieu.

Ce procédé a un autre avantage. Si le push-pull est chargé par un transformateur, les deux moitiés du bobinage de sortie sont très bien couplées de sorte que la tension négative de crête appliquée à un collecteur est voisine de $2\,E_0$, ce qui limite E_0 à la moitié de la tension de claquage des jonctions. Au contraire, les deux moitiés d'une bobine mobile de haut-parleur sont très faiblement couplées et la tension négative de crête appliquée à un collecteur est voisine de E_0, on peut donc employer les transistors à une tension légèrement inférieure à la tension de claquage des jonctions.

La distorsion d'un push-pull à transistor n'est pas composée seulement des harmoniques impairs. En effet, la bande passante est assez restreinte, surtout dans le cas des transistors de puissance, de sorte que les harmoniques pairs ne sont pas entièrement éliminés.

Dans le même ordre d'idée, les transistors eux-mêmes introduisent des rotations de phase en haute fréquence ce qui empêche d'appliquer des taux de contre-réaction trop élevés.

Avec des transistors à jonctions de puissance expérimentaux, le montage de la figure 74 permettait d'obtenir environ 3 W sous 6 V et 6 W sous 12 V avec un gain de l'ordre de 15 dB et une distorsion de 10 à 15 %. Le rendement collecteur était supérieur à 70 %.

Il est souvent commode d'éliminer le transformateur déphaseur d'entrée et de le remplacer par un transistor chargé symétriquement dans l'émetteur et le collecteur.

Un exemple de ce montage est donné sur la figure 75 où le push-pull est du type série [47]. Ce type de push-pull a l'avantage d'avoir une sortie simple et une résistance de charge quatre fois

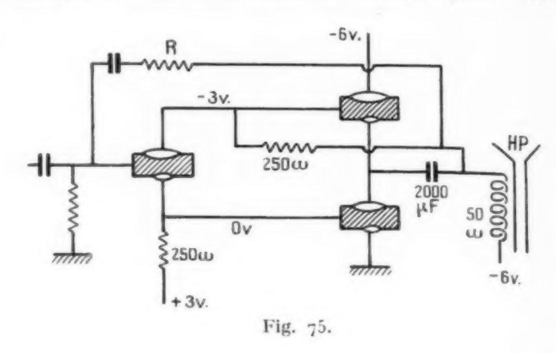


Fig. 75.

inférieure à celle d'un push-pull classique. En outre, la tension de crête appliquée aux transistors ne dépasse pas la tension d'alimentation.

Ce montage se prête facilement à la contre-réaction que l'on obtient en rajoutant la résistance *R*.

Avec les transistors TJN 1 ou TJN 2, ce montage peut fournir 150 mW dans un haut-parleur de 50 Ω d'impédances avec une pile de 6 volts.

Enfin, nous verrons plus loin que l'association de transistors des types *p-n-p* et *n-p-n* permet d'éliminer totalement le déphaseur d'entrée des montages push-pull.

2.6.7. Effets d'une élévation de température [2], [48], [49]. — L'un des problèmes les plus difficiles dans la réalisation d'un équipement miniature dissipant quelque puissance, est la limitation de l'échauffement. Malheureusement les transistors au germanium y sont très sensibles et la température de bon fonctionnement est limitée à environ 50 ou 60°. Il y aurait là un gros intérêt à utiliser des transistors du silicium qui peuvent fonctionner jusqu'à 150° environ.

Parmi les transistors à jonctions, ceux fabriqués par alliage semblent plus sensibles à la température que ceux obtenus par tirage, les meilleurs de ces derniers pour l'emploi aux températures élevées étant du type *n-p-n*.

Quand la température augmente, le comportement général des transistors à jonctions est le suivant :

α reste pratiquement constant;

I_{c0} (courant collecteur pour un courant émetteur nul) augmente exponentiellement;

r_c diminue;

r_e et r_b augmentent.

Des valeurs typiques sont :

	— 55° C.	+ 100° C.
α	0,95	0,95
I_{co}	Négligeable	0,5 mA
r_e	30 ω	50 ω
r_b	100 ω	500 ω
r_c	10^6 ω	10^5 ω

Avec l'exemple précédent on a pour différentes résistances de charge (émetteur à la terre) :

à — 55° :

R_L	100 ω	1000 ω	10 000 ω
r_i	698 ω	687 ω	605 ω
a	19,0	18,5	15,8

et à + 100°

R_L	100 ω	1000 ω	10 000 ω
r_i	1498 ω	1335 ω	865 ω
a	18,4	15,7	6,3

r_i étant la résistance d'entrée et a le gain en courant.

Une élévation de température réduira donc le gain, tous les facteurs agissant dans le même sens. Le gain en courant diminue, la résistance d'entrée croît et la résistance de sortie décroît.

En outre, rappelons qu'il faut polariser les transistors à courant émetteur constant si l'on ne veut pas que l'augmentation du courant de saturation du collecteur ne soit multiplié par le gain de courant dans le montage émetteur à la terre, ce qui risque de saturer complètement le transistor ou même de le détruire par échauffement cumulatif.

Le comportement des transistors à pointes est assez voisin. Quand la température augmente :

α augmente;
I_{co} augmente;
r_e diminue;
r_m diminue;
r_c augmente;
r_b diminue d'abord et peut ou non augmenter ensuite.

Des valeurs typiques sont :

	+ 25° C.	+ 85° C.	
α	2	4	
I_{co}	2 mA	12 mA	($V_c = 40$ V)
r_e	170 ω	320 ω	
r_b	140 ω	140 ω	
r_c	22 000 ω	2 500 ω	
r_m	44 000 ω	10 000 ω	

Le gain maximum possible passe de 22 dB pour 25° à 16 dB pour 85°. Dans les mêmes conditions, le gain entre un générateur de 300 ω et une charge de 15 000 ω passe de 21 à 14 dB.

De toutes façons, il y a intérêt à limiter l'échauffement à moins de 85° car une telle température peut abîmer définitivement les transistors, surtout des transistors à pointes.

Le point le plus sensible d'un amplificateur sera son étage de sortie. En effet, considérons pour simplifier un amplificateur formé de transistors à jonctions émetteur à la terre et couplés directement. Le gain d'insertion d'un étage courant est $a^2 \# \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^2$. Il varie donc relativement peu avec la température.

Au contraire, le gain d'insertion du dernier étage est $a^2 \frac{R_L}{r_i}$, r_i étant l'impédance d'entrée d'un étage qui augmente avec la température. Le gain du dernier étage décroît donc plus vite que celui des autres. En outre, le point de fonctionnement se déplace quand la température augmente et le dernier transistor se sature pour des signaux plus petits à chaud qu'à froid.

Le gain du premier étage, défini comme le rapport de la puissance dissipée dans sa charge r_i à celle fournie par le générateur au transistor est $a^2 \frac{r_i}{r_i + R_G}$. On peut donc choisir l'impédance du générateur pour que le premier étage ait le même gain à deux températures différentes.

2.7. **Oscillateurs** [2], [19], [50] à [54].

Ce chapitre ne traitera que des oscillateurs sinusoïdaux, les oscillateurs à relaxation étant examinés plus loin. Il faut noter d'ailleurs que cette classification est assez imprécise et que l'on peut réaliser tous les intermédiaires entre ces deux types d'oscillateurs.

Les oscillateurs sinusoïdaux se divisent eux-mêmes en deux catégories, les oscillateurs à réaction et les oscillateurs à résistance négative. Les premiers peuvent être réalisés avec des transistors à pointes ou à jonctions, les schémas sont analogues à ceux des oscillateurs à lampes ou en sont déduits par dualité. Les seconds ne peuvent être réalisés qu'avec les transistors à pointes et utilisent les résistances négatives que ces transistors peuvent produire.

2.7.1. OSCILLATEURS A RÉACTION. — Le principe de ces oscillateurs consiste à renvoyer à l'entrée d'un amplificateur une partie de la puissance de sortie. Cette réaction peut se faire en retournant un courant à l'émetteur ou une tension à la base.

La figure 76 représente un oscillateur où la réaction se fait à l'aide d'un transformateur. Comme le

montage émetteur à la terre inverse la phase, le transformateur devra faire de même.

Tous les oscillateurs classiques à lampes peuvent

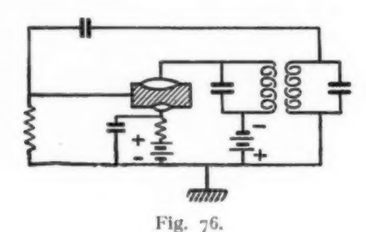


Fig. 76.

être reproduits avec des transistors à jonctions en assimilant l'émetteur à la cathode, la base à la grille et le collecteur à la plaque [51], [52].

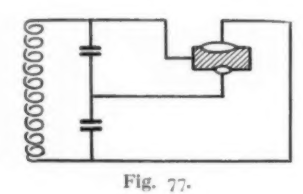


Fig. 77.

Par exemple, la figure 77 représente un oscillateur Colpitts et la figure 78 un oscillateur Hartley.

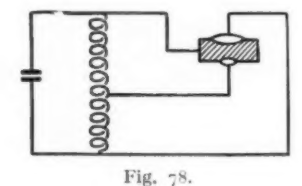


Fig. 78.

La figure 79 donne le schéma d'un oscillateur à variation de phase dont le fonctionnement est identique à celui obtenu avec une triode, et il y

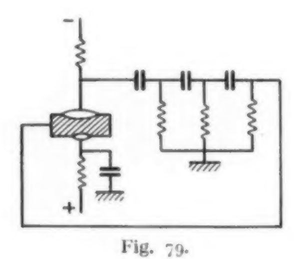


Fig. 79.

a le même intérêt à munir ce montage d'une stabilisation d'amplitude.

On trouvera dans [53] les conditions pour que la fréquence d'un oscillateur soit indépendante des paramètres du transistor et dans [54] un exemple d'oscillateur stabilisé en amplitude.

On peut réaliser également des oscillateurs à quartz analogues aux oscillateurs à lampes.

Le montage de la figure 80 utilise un transistor à jonctions émetteur à la terre. Le collecteur est chargé par un circuit oscillant et une partie de la

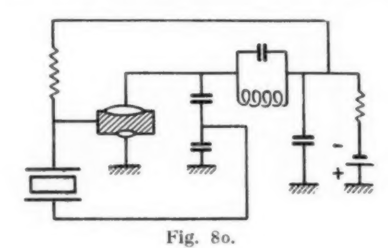


Fig. 80.

tension qui y apparaît est retournée sur la base à travers un atténuateur capacitif et le quartz. Comme le dispositif doit fonctionner sous thermostat, on peut polariser la base à courant constant. Le quartz oscille entre la résonance et l'antirésonance.

Une réalisation [50] utilise un quartz GT à 100 kc/s et une batterie de 1,3 V débitant 100 μA. La stabilité obtenue sur une journée serait 3.10^{-9}.

Un autre montage à haute stabilité est celui de la figure 81 où un transistor fonctionne en amplificateur et l'autre en cathodyne. Le circuit de réaction est fermé à travers le quartz qui oscille à la résonance série.

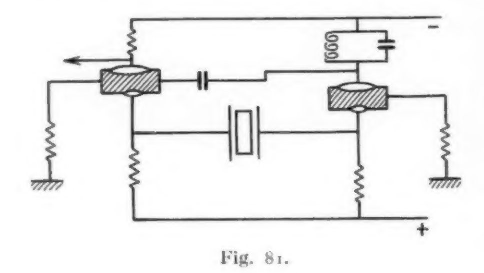


Fig. 81.

Les transistors à pointes base à la terre qui ont un gain de courant supérieur à 1 sans inversion de phase permettent des oscillateurs très simples.

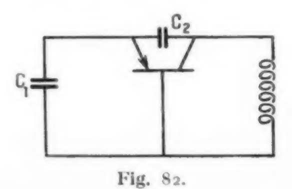


Fig. 82.

La figure 82 représente par exemple un oscillateur analogue au Colpitts.

La self est accordée par C_1 et C_2 en série et la condition de démarrage est

$$C_1 < C_2 \frac{a}{a-1},$$

où a est le gain de courant du montage.

On réalise de même des oscillateurs en reliant le collecteur à l'émetteur par un circuit oscillant série (*fig.* 83).

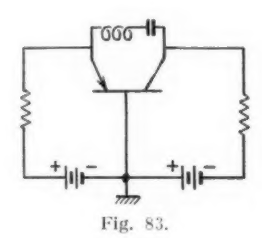


Fig. 83.

Pour obtenir une meilleure stabilité en fréquence, il faut remplacer le circuit résonnant série par un réseau où la phase tourne plus vite. On peut par

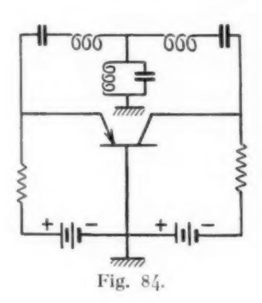


Fig. 84.

exemple utiliser le réseau de la figure 84 ou un quartz (*fig.* 85). Ce schéma est une simplification de celui de la figure 81.

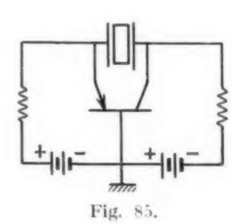


Fig. 85.

2.7.2. Oscillateurs pour haute fréquence. — Les principes sont les mêmes que ceux qui ont été exposés à propos des amplificateurs pour haute fréquence.

On obtient de bons résultats en insérant la capacité d'émetteur dans un circuit oscillant série de façon à augmenter la tension émetteur-base.

Par exemple, le schéma de la figure 86 permet de faire osciller des transistors TJN 1 jusqu'à

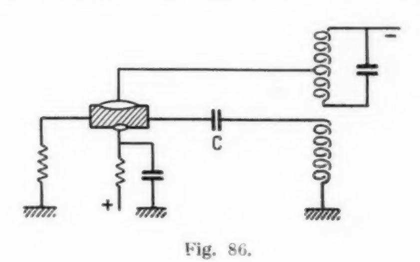


Fig. 86.

environ 1 Mc/s, des échantillons sélectionnés pourront atteindre 2 Mc/s.

Le choix de la capacité C est tel que le circuit de réaction soit à peu près en résonance série. Ceci conduit à un choix délicat pour faire un oscillateur à fréquence variable; on arrive cependant à couvrir la bande entre la fréquence limite et moins de sa moitié.

Le schéma de la figure 87 *a* permet également d'atteindre la fréquence limite du transistor. C'est un oscillateur Colpitts où l'une des capacités est constituée par la capacité émetteur du transistor.

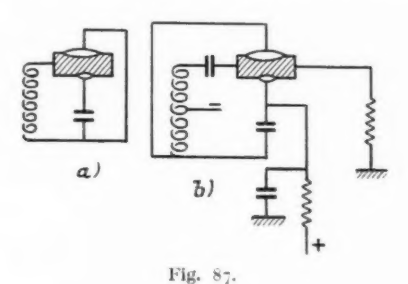


Fig. 87.

Un système possible d'alimentation est indiqué sur la figure 87 *b*; l'émetteur est à la masse et le collecteur est alimenté sur une prise de la self en un point où il n'y a pas de tension haute fréquence. Le rapport de la capacité C à la capacité émetteur du transistor ne peut pas varier beaucoup sous peine de faire cesser les oscillations. On est donc obligé de recourir à une self variable si l'on veut pouvoir couvrir une bande de fréquence.

2.7.3. Oscillateurs a résistance négative. — Ces oscillateurs utilisent des transistors à pointes que l'on rend instables en disposant une forte

impédance dans la base et des impédances faibles dans l'émetteur et dans le collecteur. Il est ainsi possible d'obtenir des oscillations sinusoïdales en utilisant des impédances variables avec la fréquence; toutefois de mauvais réglages peuvent amener ces montages à produire des impulsions.

Un premier schéma consiste à charger l'émetteur par un circuit oscillant série (*fig.* 88). Les oscillations

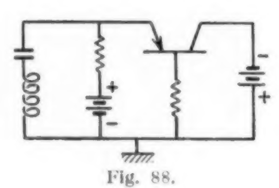


Fig. 88.

se produisent à la fréquence d'accord de ce circuit. On peut aussi placer un circuit oscillant série dans le collecteur.

Pour obtenir des fréquences élevées il semble préférable de disposer un circuit bouchon dans la base, le collecteur et l'émetteur n'étant pas chargés (*fig.* 89). Toutefois, dans ce cas, l'emploi d'un

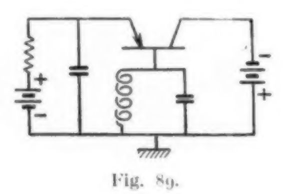


Fig. 89.

transistor instable en court-circuit pourra conduire à des oscillations de relaxation de sorte qu'il y aura en général intérêt à placer en série dans l'émetteur et dans le collecteur des petites résistances de stabilisation non découplées.

Il est possible au contraire, de mettre à profit ces oscillations de relaxation pour obtenir un générateur d'impulsions synchronisé sur la fréquence du circuit oscillant ou sur un de ses sous-multiples. Les signaux produits sont alors souvent intermédiaires entre des sinusoïdes et des impulsions.

Le signal de sortie est prélevé sur la base ou sur une petite résistance en série dans le collecteur. Dans ce dernier cas, on obtient d'ailleurs un signal assez distordu.

On peut mettre cette distorsion à profit pour produire des fréquences élevées. Dans ce cas, on charge le collecteur par un circuit oscillant accordé sur une fréquence double de celui de la base (*fig.* 90). On a ainsi obtenu des oscillations au-delà de 100 Mc/s avec un niveau suffisant pour réaliser un changement de fréquence dans un mélangeur à cristal.

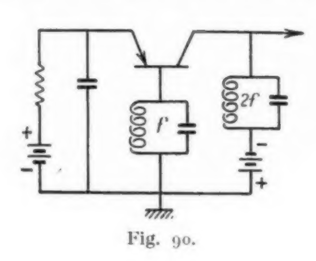


Fig. 90.

2.8. **Symétrie des transistors** [55].

Les circuits à transistors étudiés jusqu'ici sont plus ou moins analogues à des circuits à lampes. Toutefois, les transistors à jonctions présentent des propriétés de symétrie que l'on ne rencontre absolument pas avec les lampes et qui permettent de réaliser des circuits particuliers dont nous donnerons quelques exemples. Les transistors à pointes peuvent avoir les mêmes propriétés de symétrie mais sont pratiquement beaucoup moins intéressants, surtout à cause de la difficulté de se procurer des transistors à pointes du type *p*.

2.8.1. Symétrie complémentaire. — Nous avons vu que les transistors *n-p-n* et *p-n-p* avaient des caractéristiques symétriques, c'est-à-dire superposables après avoir changé tous les signes sur l'une d'elles. En d'autres termes, dans la mesure où l'on peut assimiler un transistor *n-p-n* à une lampe, un transistor *p-n-p* serait l'analogue d'une lampe fonctionnant avec des électrons positifs.

Ces propriétés de symétrie permettent par exemple, de réaliser un push-pull à sortie simple et sans déphaseur à l'entrée (*fig.* 91). Si le signal rend par

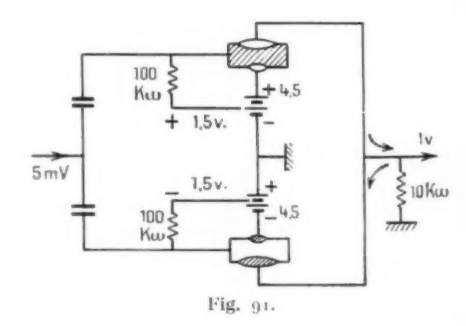


Fig. 91.

exemple les bases positives, le courant augmente dans le transistor *n-p-n* et diminue dans le transistor *p-n-p*. Comme les courants de ces deux tran-

sistors circulent en sens inverse dans la charge, les deux variations s'ajoutent et l'on obtient bien un push-pull à sortie simple dans lequel le déphasage s'effectue naturellement.

En utilisant deux piles de 22 V pour alimenter ce montage, on peut sortir 100 mW dans la bobine d'un haut-parleur qui a une impédance de 500 ω. Il est intéressant de noter que cette bobine n'est parcourue par aucun courant continu. Chaque transistor servant de charge à l'autre, on peut enlever la résistance de charge et obtenir un gain de tension très élevé.

L'utilisation de tensions d'alimentation de signe opposé pour les deux types de transistors conduit aussi à des amplificateurs à courant continu très simples. La figure 92 représente un amplificateur

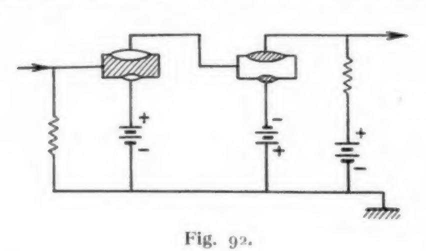


Fig. 92.

à deux étages ne contenant que des transistors et des sources. On peut continuer le montage en ajoutant des étages mais il faudra alors faire attention aux dérives, chaque transistor est en effet polarisé à courant de base constant par le précédent et nous avons vu que ce procédé était à éviter. Le gain en tension ou en courant de chaque étage est sensiblement $\frac{\alpha}{1-\alpha}$.

La combinaison des deux montages précédents donne un push-pull classe B particulièrement intéressant (*fig.* 93) qui ne contient également que des transistors.

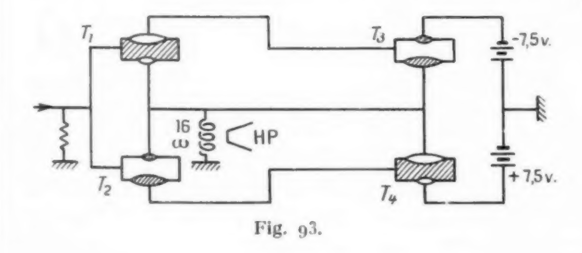


Fig. 93.

Tous les transistors sont montés émetteur à la terre, T_1 et T_2 sont respectivement alimentés à travers T_3 et T_4. Ces deux premiers transistors ont, au repos, un courant émetteur nul et le montage fonctionne donc en classe B, ne consommant pratiquement pas de courant en l'absence de signal. Comme sur la figure 91 la charge est placée entre les collecteurs de T_3 et T_4 reliés ensemble et la masse. On a de plus réalisé une contre-réaction globale en reliant les collecteurs de T_3 et T_4 aux émetteurs de T_1 et T_2. Cette contre-réaction diminue la distorsion, abaisse l'impédance de sortie et stabilise les courants de polarisation.

Avec des transistors genre 2 N 34 et 2 N 35, on peut ainsi fournir une puissance de crête de 0,5 W dans une charge constituée par la bobine mobile d'un haut-parleur de 16 ω; la distorsion au niveau de 0,5 W est de l'ordre de 2 %. Le gain en puissance est environ 28 dB et le gain en tension légèrement inférieur à 1 à cause de la contre-réaction. Le rendement global (puissance dans la charge divisée par la puissance fournie aux quatre transistors) est de 50 % à tous les niveaux.

Ce système constitue en outre, un amplificateur continu très stable capable de recevoir et de fournir des signaux positifs ou négatifs.

2.8.2. Symétrie d'un seul transistor a jonctions. — Le collecteur d'un transistor à jonctions n'est pas formé et il ne semble donc *a priori* que l'une quelconque des jonctions peut servir d'émetteur et l'autre de collecteur. Toutefois, on obtient un gain de courant plus élevé en donnant au collecteur une surface plus grande qu'à l'émetteur. Ce type de transistor n'est pas symétrique mais il est cependant possible de réaliser des transistors à jonctions symétriques dont les propriétés sont bonnes et identiques quand on permute l'émetteur et le collecteur. A défaut d'en posséder, on peut remplacer un tel transistor par deux transistors ordinaires en parallèle, les bases reliées ensemble et le collecteur de l'un à l'émetteur de l'autre.

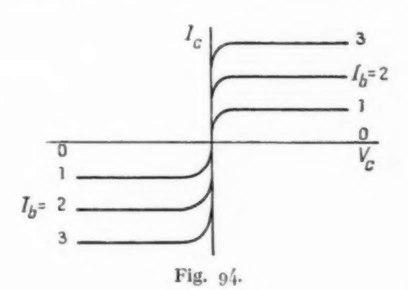


Fig. 94.

Les caractéristiques d'un transistor symétrique monté émetteur à la terre sont schématisées sur la figure 94. On voit que, outre les propriétés bila-

térales du transistor, cet élément constitue un interrupteur à deux directions rapide et à faible résistance.

Un étage émetteur à la terre monté avec un tel transistor devient un étage collecteur à la terre en inversant le sens de la source de tension. Le premier inversant la phase et pas le second, on obtient ainsi un inverseur de phase commandé par une tension continue.

Les propriétés d'interrupteur de ces transistors ont aussi des applications intéressantes. On a ainsi réalisé un balayage horizontal de télévision à haut rendement [24]. On peut aussi obtenir un circuit de « clamping » très simple (*fig.* 95). En l'absence

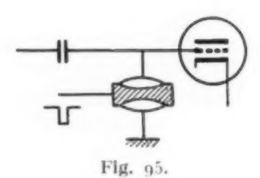
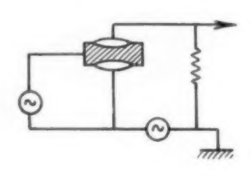


Fig. 95.

de signal sur la base, le transistor se comporte comme une grande résistance. Il est transformé en court-circuit bilatéral par une impulsion sur la base, cette impulsion étant positive pour un transistor *n-p-n* ou négative pour un transistor *p-n-p*; l'impulsion appliquée n'apparaît pas sur la grille du tube.

Comme dernier exemple, nous indiquerons un schéma de détecteur de phase (*fig.* 96). On voit



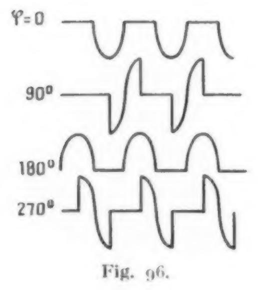


Fig. 96.

aisément que le transistor conduit seulement pendant les alternances négatives quand les deux sources sont en phase. Quand le déphasage augmente la composante continue du courant de sortie augmente pour s'annuler à 90°; elle devient ensuite positive et maximum à 180° puis diminue en s'annulant à 270° et devient minima à 360°.

Ce circuit peut être utilisé par exemple pour réaliser des asservissements de fréquence ou pour démoduler un courant modulé en fréquence.

2.9. Circuits divers.

2.9.1. Détecteurs. — On peut aisément transposer avec les transistors les montages classiques avec les triodes.

Le montage d'un détecteur plaque est indiqué sur la figure 97. Le transistor est polarisé en classe B et la jonction émetteur détecte comme une diode,

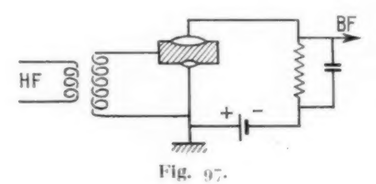


Fig. 97.

le courant détecté se retrouve amplifié dans le collecteur. En pratique, il y a souvent intérêt à appliquer une légère polarisation négative sur la base.

La figure 98 représente un détecteur Sylvania dont la grande impédance d'entrée provient du montage collecteur à la terre. Employé à des fréquences élevées, ce montage est quelquefois instable. Nous avons vu en effet que les transistors à jonctions pouvaient présenter des impédances négatives en haute fréquence.

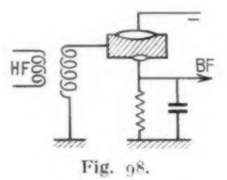


Fig. 98.

Enfin, on peut employer une détection grille (*fig.* 99) qui est équivalente à une diode détectrice

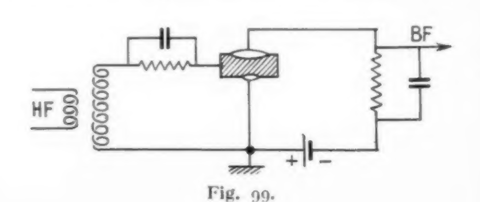


Fig. 99.

suivie d'un transistor amplificateur. Là aussi il y a intérêt à appliquer une légère polarisation négative sur la base.

2.9.2. Mélangeur [56]. — N'importe quel montage détecteur peut fonctionner en mélangeur si l'on superpose deux signaux haute fréquence à l'entrée. Il est cependant plus commode en pratique d'envoyer l'oscillateur local sur l'émetteur et le signal sur la base, la fréquence de battement étant recueillie sur un circuit accordé placé dans le collecteur (*fig.* 100).

Le signal et l'oscillateur local se trouvent en série avec la jonction émetteur de sorte que ce

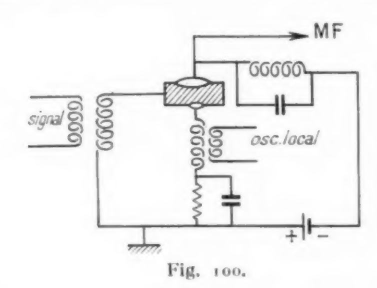


Fig. 100.

montage est équivalent à une diode mélangeuse suivie d'un transistor amplificateur.

Il existe bien entendu une tension optima d'oscillateur local, de 0,1 à 0,3 V pour les transistors à jonctions usuels. Par contre, le gain de conversion est assez peu sensible à la résistance du générateur de signal, un optimum assez flou étant entre 50 et quelques centaines d'ohms. Enfin, on améliore souvent beaucoup le fonctionnement en appliquant à la base une légère polarisation négative.

Dans le domaine des basses fréquences, le gain de conversion d'un transistor est inférieur de 6 dB à son gain en amplificateur.

Le gain de conversion baisse quand les fréquences augmentent. Vis-à-vis de la moyenne fréquence, la chute en gain est la même que celle du transistor monté en amplificateur.

Le gain baisse aussi quand la fréquence de signal croît, mais il est encore possible d'obtenir un mélange satisfaisant bien au-delà de la fréquence de coupure du transistor. Les facteurs qui limitent le gain de conversion sont successivement quand la fréquence du signal croît : le gain de courant du transistor, sa résistance de base et enfin la capacité inverse de la jonction émetteur.

Le facteur de bruit d'un transistor mélangeur croît quand la fréquence du signal croît; il croît également avec la fréquence de battement de la même façon qu'avec un transistor amplificateur.

Si les fréquences ne sont pas trop élevées, le transistor mélangeur est équivalent ou supérieur à la combinaison d'une diode mélangeuse suivie d'un transistor amplificateur. La situation est inverse quand le signal est à fréquence très élevée.

2.9.3. Alimentations régulées [57]. — L'emploi des éléments à semi-conducteurs permet de réaliser très élégamment les schémas classiques d'alimentations régulées.

Supposons d'abord que l'on applique aux bornes d'une diode à jonctions en série avec une résistance une tension polarisant la diode en sens inverse et supérieure à la tension de claquage de la diode (*fig.* 101). On retrouvera aux bornes de la diode

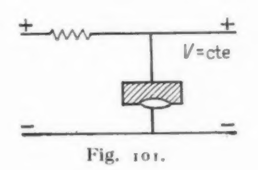


Fig. 101.

une tension égale à sa tension de claquage, qui dépend très peu du courant traversant la diode. On a donc réalisé ainsi un régulateur analogue à celui obtenu avec les lampes à néon.

La résistance dynamique d'une diode dans la région de claquage (*fig.* 5) est très faible, de l'ordre de 100 à 500 ω. En outre, pour les diodes au silicium, la tension de claquage dépend peu de la température. Pour une diode typique, elle augmente de 0,07 % par degré.

Si l'on ajoute que la tension de claquage peut être déplacée par construction entre quelques volts et quelques centaines de volts, on voit que les diodes à jonction au silicium forment d'excellents régulateurs de tension.

Une alimentation à tension régulée du type shunt (*fig.* 102) est obtenue en conjuguant une diode

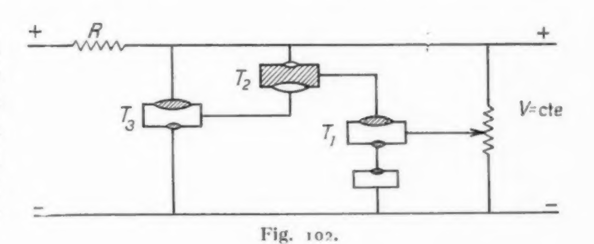


Fig. 102.

régulateur de tension et un amplificateur continu à symétrie complémentaire.

Les transistors T_1 et T_2 sont de petite dimension et T_3 est un transistor de puissance. Ces trois transistors en série sont montés émetteur à la masse.

L'émetteur de T_1 est à tension constante, si la tension de sortie augmente le courant dans T_1 augmente, ce qui rend son collecteur négatif et fait augmenter le courant dans T_2. Le collecteur de T_2 devient alors plus positif ce qui augmente le courant dans T_3. L'augmentation du courant de T_3 traverse la résistance R ce qui diminue la tension de sortie.

Une alimentation à courant régulé (*fig.* 103) est construite d'une façon tout à fait analogue. Si le courant de sortie augmente, la chute de tension

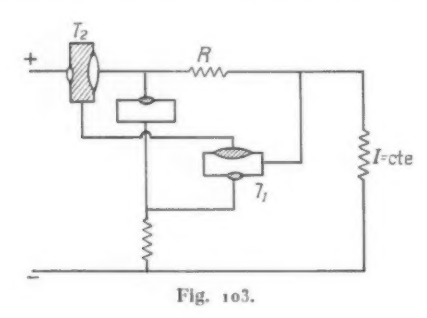


Fig. 103.

dans R croît, ce qui rend négative la base de T_1 et diminue le courant dans T_1. La base de T_2 devient alors plus positive, ce qui diminue le courant dans T_2, donc le courant de sortie.

Enfin, on peut contrôler des puissances beaucoup plus considérables à l'aide d'un amplificateur magnétique commandé par un amplificateur à transistors analogue aux précédents.

2.9.4. Obtention de résistances négatives [58], [59], [60]. — Les résistances négatives permettent la réalisation de nombreux montages attrayants. Par exemple, des circuits avançant la phase pour des boucles de contre-réaction, des amplificateurs bidirectionnels (répéteurs téléphoniques), des selfs à surtension pratiquement infinies.

On a décrit depuis longtemps des montages à lampes permettant d'obtenir des résistances négatives (voir références dans [58]), mais ces dispositifs ne se sont pas développés, en raison principalement de l'encombrement des lampes, de leur fragilité et surtout du vieillissement de leurs caractéristiques.

Les transistors à jonctions semblent exempts de ces défauts, de sorte que, sans rien apporter de nouveau dans le principe, ils pourraient bien rendre pratique les montages à résistance négative.

Les résistances négatives présentées par les transistors à pointes seront étudiées en détails plus loin, elles n'ont pas la stabilité nécessaire pour les applications examinées ici.

Si l'on branche une self entre les deux bornes de sortie du montage de la figure 104 *a*, on obtient un oscillateur Colpitts. On conçoit donc que ce mon-

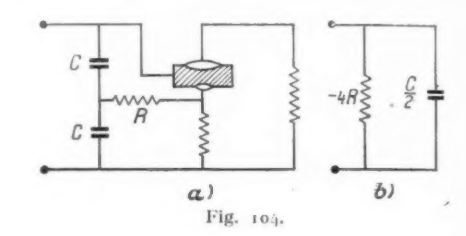


Fig. 104.

tage se comporte comme une capacité en parallèle avec une résistance négative. Le calcul montre [60] que le schéma équivalent est à peu près celui de la figure 104 *b*.

Ce montage peut être utilisé à désamortir une self, donc à réaliser des filtres pratiquement équivalents aux filtres idéaux sans perte.

On sait qu'un réseau dissipatif quelconque peut être remplacé par un réseau composé d'éléments purement réactifs et d'une seule résistance. Il suffit donc en principe d'une seule résistance négative pour désamortir tous les éléments d'un filtre réel.

Un montage un peu plus général est représenté sur la figure 105. On voit que le courant d'entrée est le même que le courant dans l'impédance de

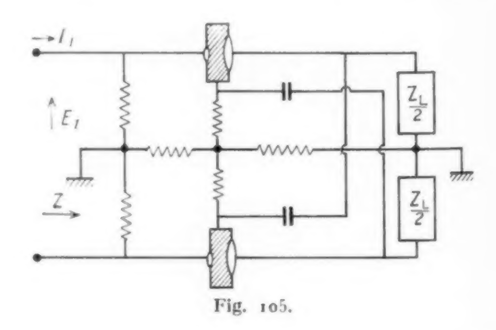


Fig. 105.

charge, mais que, par suite du couplage entre les collecteurs et les bases, la tension d'entrée est de signe opposé à la tension aux bornes de la charge. L'impédance vue de l'entrée est donc à peu près

$$Z = -Z_L.$$

Plus exactement, on montre que si α est le gain de courant des transistors base à la terre, r_e et r_b

leurs résistances d'émetteur et de base, Z_N l'impédance de collecteur à collecteur, c'est-à-dire la combinaison en parallèle de Z_L, des capacités de couplage et les résistances de charges des bases, on a, quand l'impédance des capacités de couplage est faible

$$Z = \frac{E_1}{I_1} = (1 - 2\alpha) Z_N + 2 r_e + 2(1 - \alpha) r_b$$

ce qui est bien très voisin de $-Z$ puisque α est très voisin de 1 et r_e et r_b très petits.

On peut encore se rapprocher de l'idéal en utilisant un inverseur à quatre transistors, chacun des deux transistors de la figure 105 étant remplacé par un amplificateur à deux transistors (*fig.* 106)

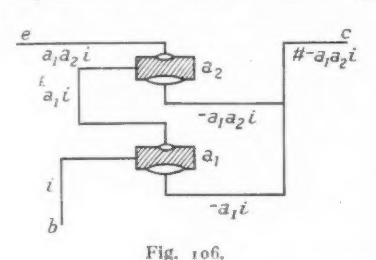


Fig. 106.

qui se comporte comme un seul transistor dont le α serait donné par $1 - \alpha = (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)$, α_1 et α_2 étant les gains des deux transistors utilisés.

Ces inverseurs d'impédance sont très stables puisque leurs propriétés reposent sur la valeur de α, qui est une des caractéristiques les plus stables des transistors.

On peut utiliser ces montages pour inverser une impédance quelconque et en particulier pour produire des résistances négatives. Les références citées donnent l'exemple de la construction de filtres à résistances et capacités en basse fréquence dont les performances sont aussi bonnes que celles de filtres passifs à selfs et capacité qui seraient beaucoup plus encombrants.

3. CIRCUITS BASCULATEURS ET GÉNÉRATEURS D'IMPULSIONS.

Ce chapitre va passer en revue quelques circuits à relaxation typiques. Dans ces circuits les transistors passent, en général rapidement, de l'état complètement conducteur à l'état complètement bloqué. On ne peut donc absolument pas les étudier à l'aide des paramètres relatifs aux petits signaux utilisés dans le chapitre précédent. On peut recourir à des méthodes graphiques utilisant les courbes caractéristiques des transistors [61] mais il est en général plus commode d'employer une méthode analytique approximative en définissant des schémas équivalents pour chacun des trois états bloqué, actif, saturé [39], [62], [63].

Les circuits à relaxation se divisent en deux grandes catégories. Les premiers sont dérivés des montages classiques à lampes, tels que le multivibrateur, l'oscillateur bloqué. On les réalise de préférence avec des transistors à jonctions pour des raisons de stabilité, et le fait d'employer des transistors n'apporte rien de réellement nouveau.

Les seconds utilisent les résistances négatives produites par un transistor à pointes chargé dans la base. Ces montages, comme l'oscillateur de la figure 89, n'ont pas leur équivalent à lampes. Ils utilisent la propriété caractéristique des transistors à pointes d'avoir un gain de courant supérieur à 1 et sans inversion de phase.

On peut donc réaliser un multivibrateur avec un seul transistor à pointes alors qu'il faudrait deux transistors à jonctions. C'est probablement là le plus gros débouché des transistors à pointes, mais l'économie de ces montages est cependant discutables. D'une part les prix définitifs des transistors ne sont pas encore fixés et, d'autre part, il est souvent nécessaire de disposer plusieurs diodes autour du transistor à pointes pour stabiliser son fonctionnement.

Comme la fréquence de coupure des transistors à pointes usuels est actuellement plus élevée que celle des transistors à jonctions usuels, les montages à transistors à pointes peuvent fournir plus facilement des impulsions brèves. Cependant cet avantage n'est que temporaire car on connaît déjà les principes de fabrication de transistors à jonctions montant plus haut en fréquence que les meilleurs transistors à pointes.

Enfin, il faut faire attention de limiter les courants de crête traversant un transistor à pointes travaillant en impulsions. En effet, le collecteur est formé à la fabrication par une impulsion de courant assez puissante et, si l'on ne prend pas de précautions dans l'utilisation, on risque soit de former l'émetteur comme le collecteur, soit de continuer le formage du collecteur. Dans les deux cas, le transistor évolue dans le temps; il peut s'améliorer, mais il finit en général par se détruire.

3.0. Basculateurs à transistors à jonctions dérivés des montages à lampes.

3.0.1. MULTIVIBRATEUR. — Le montage de la figure 107 est la transposition exacte du multivibrateur astable à lampes. Avec des transistors du

type TJN 2, il oscille à environ 75 kc/s, les fronts de montée et de descente étant de l'ordre de 1 μs.

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.4.4 le front de montée (passage bloqué-conducteur) est

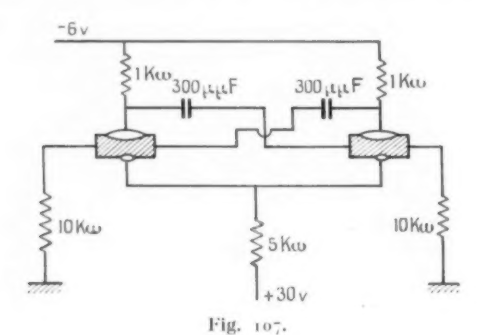


Fig. 107.

habituellement plus bref que le front de descente (passage conducteur-bloqué), à cause du phénomène de stoquage des porteurs dans la base [35] à [40]. Ces deux temps sont ici du même ordre en raison de la réaction supplémentaire apportée par la résistance d'émetteur non découplée pendant la descente.

La durée des transitions augmente légèrement quand le gain en courant des transistors décroît. Avec des transistors de gain $a = 70$, le montage de la figure 107 donne des transitions de 1 μs. Si le gain est réduit à 25, la durée des transitions est à peine augmentée et l'on obtient des durées de 2 à 3 μs avec des transistors de gain 6.

Si l'on veut obtenir des signaux carrés sur les collecteurs les charges de ces derniers doivent être petites devant les résistances de fuite de base. Ces deux résistances sont en effet parcourues en séries par le courant de décharge des capacités de couplage.

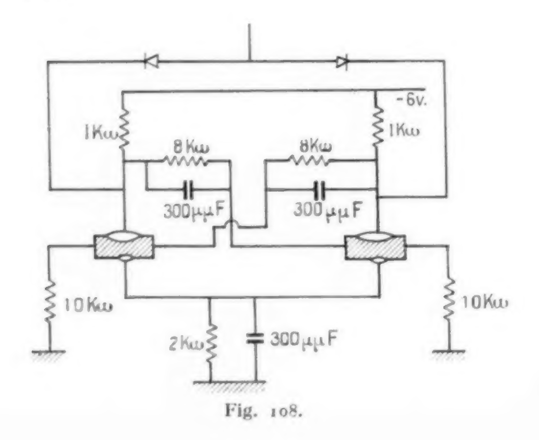


Fig. 108.

Ce courant de décharge comprend d'ailleurs aussi le courant inverse des diodes émetteur bloquées. Les résistances de fuite des bases ne doivent donc pas être trop grandes pour que la fréquence de relaxation ne dépende pas trop des transistors et de la température.

On peut également réaliser des multivibrateurs bistables en remplaçant les couplages capacitifs par des couplages continus (*fig.* 108). Avec des transistors TJN 2 ce montage bascule dans les deux sens en environ 1 μs sous l'action d'impulsions positives de quelques volts et de durée 0,7 μs. Il divise par 2 la fréquence des impulsions de commande tant que celle-ci est inférieure à 200 kc/s.

Pour faire un basculateur monostable il faut une liaison continue et une liaison capacitive (*fig.* 109).

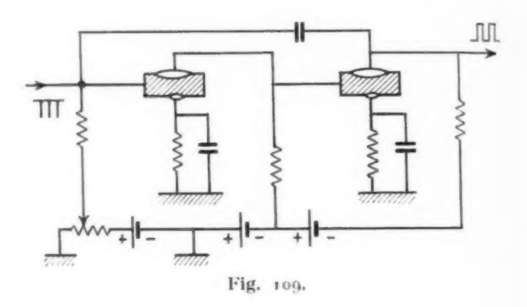


Fig. 109.

On peut d'ailleurs simplifier un peu le montage en utilisant un amplificateur continu à symétrie complémentaire (*fig.* 110).

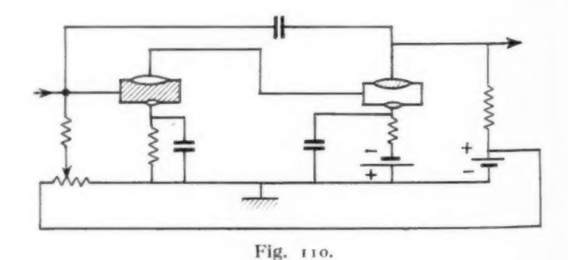


Fig. 110.

Si le premier transistor est polarisé pour conduire au repos, ces montages fournissent d'excellents multivibrateurs astables plutôt plus rapides que celui de la figure 107.

Enfin, ces basculateurs font apparaître une résistance négative aux bornes de la capacité de couplage (ou d'une de ces capacités). Cette résistance négative peut être utilisée comme telle et se prête facilement à une stabilisation par contre-réaction.

3.0.2. Oscillateurs bloqués. — Le schéma est ici encore le même qu'avec les triodes (*fig.* 111). Les impulsions apparaissant sur le collecteur peuvent dépasser de beaucoup la tension d'alimentation et sont limitées par la tension de claquage des jonctions.

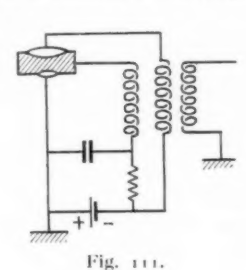


Fig. 111.

En redressant la tension apparaissant aux bornes de l'enroulement d'utilisation, ce montage permet de transformer une tension continue en une autre plus élevée. A partir de 6 V et en utilisant un transistor de puissance, on peut par exemple obtenir 0,5 W sous 300 V avec un rendement de 70 %, le rendement et la puissance de sortie pouvant être augmentés en partant d'une tension un peu plus élevée.

3.1. Caractéristiques négatives des transistors à pointes.

Nous ne considérerons plus dans la suite que les basculateurs à un seul transistor à pointes utilisant les effets d'instabilité étudiés au paragraphe 2.1.1.

Soit par exemple, le transistor de la figure 112 monté base à la terre avec une grande résistance

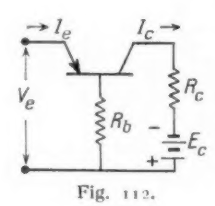


Fig. 112.

dans la base et examinons son impédance d'entrée (*fig.* 113).

Quand le transistor est bloqué ($I_e < 0$) l'impédance d'entrée est grande et il circule dans le collecteur un courant faible, courant inverse de la diode collecteur base.

Quand le courant émetteur augmente, le courant collecteur augmente également et l'impédance d'entrée est négative à cause du couplage par la résistance de base.

Il arrive un moment où le transistor est saturé, le courant collecteur n'augmente plus beaucoup et l'impédance d'entrée redevient positive.

On peut aussi faire apparaître des résistances

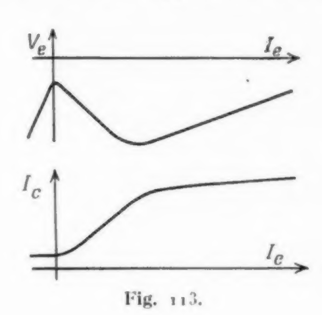


Fig. 113.

négatives entre le collecteur et la masse ou entre la base et la masse.

Avant d'étudier les montages basculateurs, nous allons préciser les caractéristiques négatives des transistors, que l'on peut déterminer par différents moyens.

Il est facile de faire apparaître sur l'écran d'un oscilloscope les courbes désirées. La figure 114 représente par exemple le moyen d'obtenir la caractéristique d'entrée d'un transistor, V_e fonction

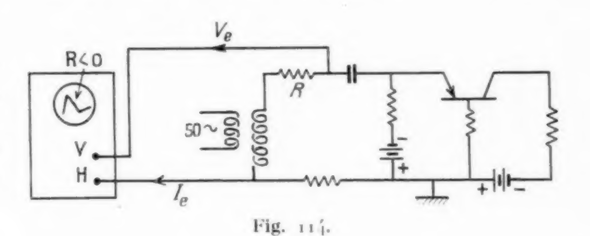


Fig. 114.

de I_e. Il faut que le montage soit stable et pour cela, on rajoute en série dans l'émetteur, une résistance R plus grande que l'impédance négative du transistor. Le courant de balayage à 50 périodes doit être assez grand pour faire passer le transistor du blocage à la saturation. Il faut souvent découpler légèrement la résistance de base pour éviter des oscillations à haute fréquence.

En remplaçant le transistor par des résistances connues, on mesure facilement sa résistance d'entrée dans les différentes régions. Il faut un oscillographe continu pour fixer les axes et déterminer en valeur absolue les tensions et les courants.

En possession des caractéristiques d'un transistor, on peut déterminer les courbes d'impédances négatives par une méthode graphique [61] analogue à celle exposée plus haut. Mais le plus commode

semble être d'employer une méthode analytique en considérant des circuits équivalents.

3.1.1. Détermination analytique des caractéristiques négatives [62], [63]. — Les phénomènes étudiés étant non linéaires, des calculs rigoureux seraient très compliqués. Fort heureusement, un examen, oscillographique par exemple, des caractéristiques d'entrée ou de sortie d'un transistor, montre que l'on peut les remplacer, avec une bonne approximation, par trois segments de droite (*fig.* 115).

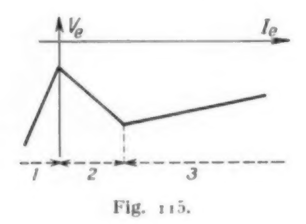


Fig. 115.

On considère alors que le transistor a trois régions de fonctionnement et qu'il est linéaire à l'intérieur de chacune d'elle. Dans la région 1, il est bloqué; dans la région 2, il est actif et il est saturé dans la région 3.

Les courbes de collecteur d'un tel transistor ont l'allure dessinée sur la figure 116 et l'on peut le

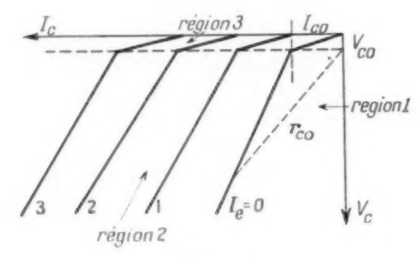


Fig. 116.

représenter par un schéma tel que celui de la figure 117 dans lequel les résistances équivalentes

Fig. 117.

sont constantes à l'intérieur d'une région et changent d'une région à l'autre.

Des valeurs typiques sont (en ohms) :

Région.	r_e.	r_b.	r_c.	r_m.
1...........	100 000	160	20 000	0
2...........	100	160	20 000	50 000
3...........	25	50	70	70

La tension V_{co} est de quelques volts et se trouve en général petite devant la tension appliquée au collecteur. La valeur de r_c à prendre dans la région 1 est plutôt le quotient r_{co} de la tension par le courant collecteur que la pente de la courbe $I_e = 0$; les deux n'étant d'ailleurs pas très différents pour un bon transistor.

En revenant au transistor de la figure 112 monté avec une résistance dans la base, ces approximations permettent de calculer les courbes de la figure 113.

Dans la région 1 où le transistor est bloqué, le schéma équivalent est celui de la figure 118 *a*; on a en effet, $r_m = 0$ et la résistance r_b est pratiquement toujours négligeable devant R_b.

Dans la région 2, le schéma devient celui de la figure 118 *b* où l'on a négligé r_e, r_b et V_{co}.

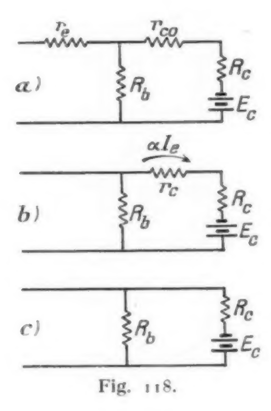


Fig. 118.

Dans la région 3, le transistor se comporte comme un court-circuit et peut alors être représenté par la figure 118 *c*.

Ces schémas se prêtent très facilement au calcul, les principaux résultats ont été rassemblés sur la figure 119. On trouve de même une résistance négative dans le collecteur ou dans la base d'un transistor. Les figures 120 et 121 illustrent ces cas et donnent l'approximation linéaire des caractéristiques obtenues. Remarquons que la résistance négative de base est stable en court-circuit alors que les deux autres sont stables en circuit ouvert.

3.1.2. Modifications des caractéristiques. — En ajoutant des diodes convenablement polarisées

dans les résistances de charge, on peut modifier les pentes des différentes parties des caractéristiques précédentes.

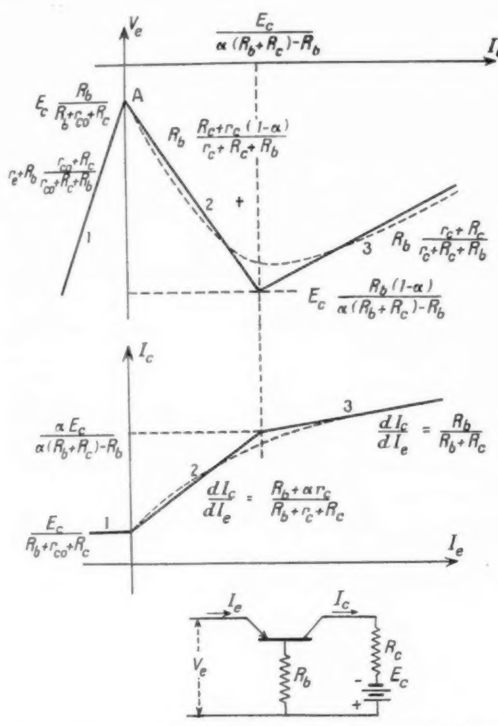


Fig. 119. — Caractéristiques négatives d'émetteur.

En plaçant une diode en série avec l'émetteur et dans le même sens (*fig.* 122), la résistance dans la région 1 devient la résistance inverse de cette diode,

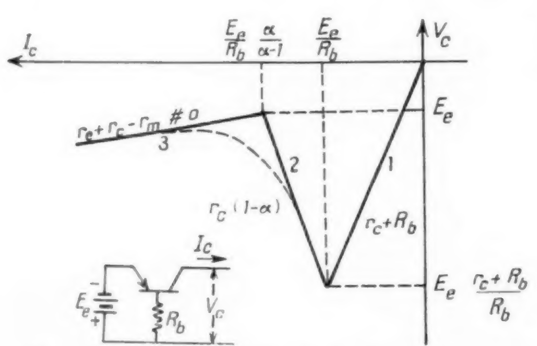


Fig. 120. — Caractéristiques négatives de collecteur.

en général beaucoup plus grande que la résistance de l'émetteur bloqué.

On cherche plutôt en général, à augmenter la résistance dans la région 3 où le transistor est pratiquement un court-circuit. Nous donnerons quelques exemples relatifs à la caractéristique d'émetteur; celles de collecteur et de base pourront être modifiées par les mêmes procédés.

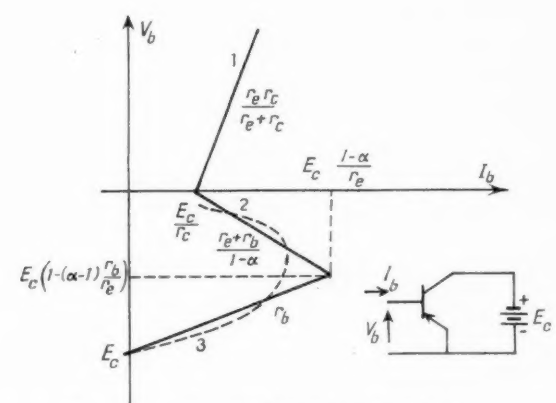


Fig. 121. — Caractéristiques négatives de base.

Un premier moyen d'augmenter la résistance dans la région 3 consiste à augmenter la résistance de charge R_c mais ceci a l'inconvénient de diminuer le gain de courant dans la région 2, donc la résis-

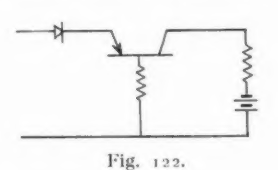


Fig. 122.

tance négative. La solution consiste à constituer la charge du collecteur par une résistance R_c en série avec une résistance R'_c, cette dernière étant en parallèle avec une diode polarisée (*fig.* 123).

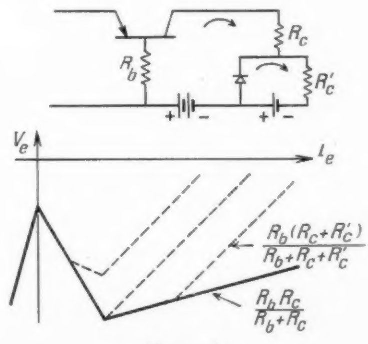


Fig. 123.

Pour les régions 1 et 2, la diode conduit et la charge de collecteur est R_c. On règle la polarisation de la diode pour qu'elle soit bloquée dans la région 3, la charge du collecteur étant alors $R_c + R'_c$. On obtient ainsi les caractéristiques figurées en pointillé.

La même méthode permet d'augmenter la résistance de base dans la région 3 (*fig.* 124). Selon les

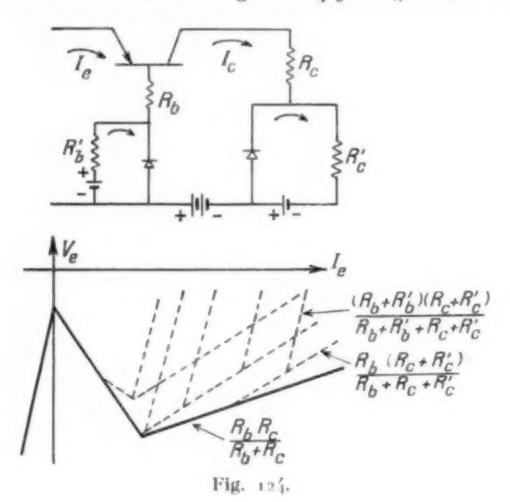


Fig. 124.

polarisations des diodes, on obtient l'une des caractéristiques figurées.

Enfin un moyen d'augmenter beaucoup la résistance dans la région 3 consiste à placer en série dans l'émetteur une diode polarisée pour conduire dans les régions 1 et 2 et pour se bloquer dans la région 3 (*fig.* 125).

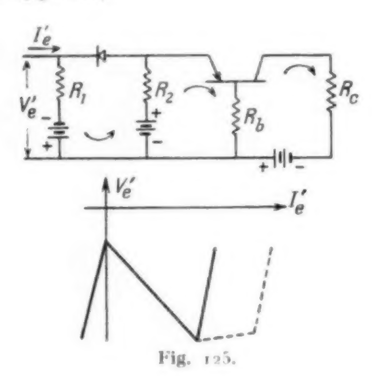


Fig. 125.

Le calcul de la caractéristique se fait aisément en considérant que dans la région 3 la diode est équivalente à une résistance R et le transistor a un court-circuit. Dans les deux autres régions, une résistance $\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$ se trouve en parallèle sur l'entrée.

Des valeurs typiques pour la caractéristique d'émetteur sont 100 000 ω dans la région 1, — 10 000 ω dans la région 2 et quelques milliers d'ohms dans la région 3. En utilisant les méthodes précédentes, on peut porter la résistance dans la région 3 à environ 100 000 ω sans modifier beaucoup les autres résistances.

3.1.3. Stabilisation des caractéristiques [64]. — Pour être utilisable un circuit doit être capable de fonctionner avec des transistors non sélectionnés et dans une gamme suffisante de température. Ceci nécessite non seulement que les résistances des différentes régions aient des valeurs à peu près déterminées mais surtout que les coordonnées des deux points de transition ne varient pas trop.

En se reportant à la figure 119, on voit que les coordonnées du point B, transition entre les régions 2 et 3, dépendent du gain de courant α du transistor. Cette quantité est en pratique fixée dans des limites assez étroites de sorte que le point B ne se déplace pas beaucoup en changeant de transistor ou en élevant la température.

Il n'en est pas de même du point A dont l'ordonnée est au contraire très variable. Le transistor commence en effet à conduire quand l'émetteur arrive au potentiel de la base et, quand le transistor est bloqué, ce potentiel critique est déterminé par un potentiomètre constitué par les résistances R_c, r_{co} et R_b en série (*fig.* 118 *a*). Or, r_{co} est une caractéristique mal contrôlée des transistors et peut varier beaucoup d'un transistor à l'autre

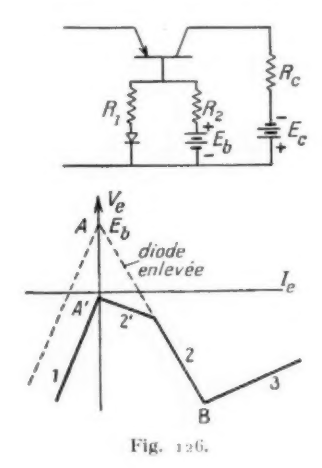


Fig. 126.

(10 000 à 70 000 ω par exemple); en outre, nous avons vu que r_{co} diminuait rapidement quand la température augmentait. Il en résulte que la ten-

sion du point de retournement A n'est pas constante, et ceci d'autant plus que R_b est grand.

Le remède consiste donc à donner une faible valeur à R_b dans le voisinage du point A. Pour cela, on place entre la base et la masse une diode polarisée. Dans les régions 1 et 2′ la diode conduit et la résistance de base est R_1. Dans les régions 2 et 3 la diode est bloquée et la résistance de base est R_2. Le point A est venu en A′ qui est toujours très voisin de zéro.

Il y a intérêt à placer une petite résistance R_1 en série avec la diode. Ceci est au détriment de la stabilité du point A′ mais augmente la résistance négative de la région 2′.

3.2. Étude statique des circuits basculateurs.

L'association d'un circuit passif à un circuit présentant les résistances négatives qui viennent d'être examinées, conduit à un système basculateur pouvant avoir deux, une ou zéro position stable.

3.2.1. Basculateur bistable [62], [63]. — Le montage de la figure 127 utilise la caractéristique négative de l'émetteur, ce dernier est chargé par une résistance R_e et polarisé négativement par une

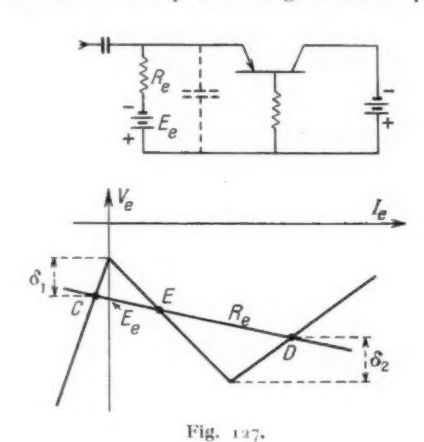


Fig. 127.

tension E_e. Si E_e est compris entre les tensions correspondant aux deux points de transition et si R_e est plus petit que la valeur absolue de la résistance négative, la droite de charge de l'émetteur coupe la caractéristique d'entrée du transistor en trois points. Il est facile de voir que les deux points C et D correspondent à un équilibre stable alors que le point E est instable.

Supposons que le système soit en équilibre au point C, une impulsion positive appliquée à l'émetteur et d'amplitude supérieure à δ_1, fera conduire le transistor et, par action cumulative, le système passera brusquement à l'autre point d'équilibre D. En envoyant alors sur l'émetteur une impulsion négative supérieure à δ, le circuit bascule en sens inverse et passe brusquement au point A. On a bien un système bistable où une impulsion positive fait conduire le transistor et une impulsion négative le bloque.

On peut utiliser de même les caractéristiques de collecteur ou de base, les figures 128 et 129 montrent

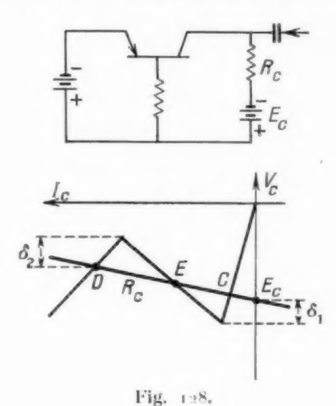


Fig. 128.

les schémas fondamentaux des basculateurs bistables correspondants, leur fonctionnement est tout à fait analogue à celui qui vient d'être décrit. Comme nous

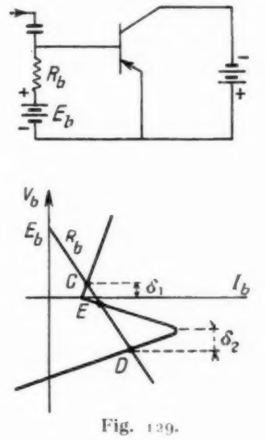


Fig. 129.

le verrons plus loin, la transition d'un état à l'autre est beaucoup facilitée en ajoutant un condensateur capable de fournir un courant de pointe élevé et de court-circuiter l'émetteur pendant la transition.

3.2.2. Basculateurs monostables. — L'adjonction d'un élément réactif aux montages précédents

permet d'obtenir des basculateurs monostables ou astables.

Le montage de la figure 130 diffère de celui de la figure 127 par l'adjonction d'une capacité C et l'augmentation de la polarisation négative E_e.

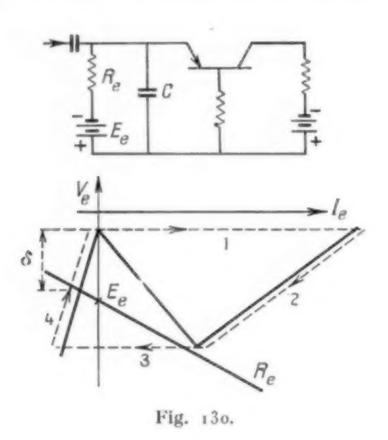


Fig. 130.

La droite de charge (R_e) ne coupe plus la caractéristique d'émetteur qu'en un seul point qui est stable et le transistor peut rester indéfiniment au repos dans l'état bloqué.

Si l'on applique sur l'émetteur une impulsion positive d'amplitude supérieure à δ, le transistor se met à conduire. A cause de la capacité C la tension d'émetteur ne peut pas varier et le courant d'émetteur augmente très vite suivant le chemin 1 à l'extrémité duquel le transistor se trouve dans un état pseudostable. La capacité se décharge alors lentement et le courant d'émetteur diminue suivant le chemin 2. Au bout d'un certain temps, on trouve le point de transition inférieur et le transistor bascule à nouveau rapidement sur le chemin 3 puis le condensateur se recharge lentement suivant le chemin 4. Une seule impulsion fait ainsi effectuer un cycle complet au transistor. Le rôle du condensateur est de court-circuiter l'émetteur dans les régions de transition et d'assurer ainsi l'instabilité. En d'autres termes, le condensateur fournit le courant instantané nécessaire pour passer d'une région à une autre.

On pourrait choisir le point d'équilibre stable dans la région 3 mais il est préférable de le placer dans la région 1 car le transistor est plus facile à déclencher et dissipe moins de puissance au repos.

On peut utiliser de même les caractéristiques négatives de collecteur ou de base.

Le montage utilisant la caractéristique négative de collecteur (*fig.* 131) est tout à fait analogue à celui qui vient d'être décrit.

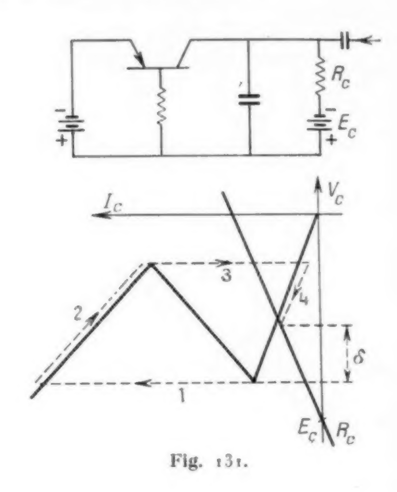


Fig. 131.

Celui utilisant la caractéristique négative de base (*fig.* 132) a un fonctionnement analogue mais l'élément réactif dans la base doit être une self

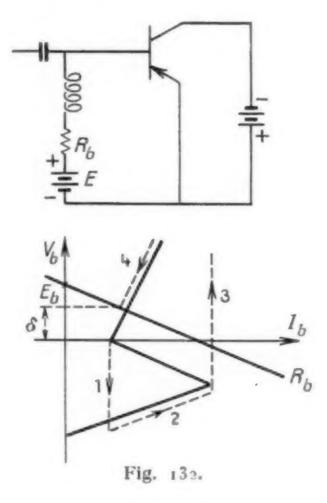


Fig. 132.

pour assurer une grande impédance dans les régions de transition.

3.2.3. Basculateurs astables. — Le schéma d'un basculateur astable est en principe le même que celui d'un basculateur monostable (*fig.* 130) mais la polarisation d'émetteur est positive et la résistance d'émetteur est plus grande.

Sur les courbes caractéristiques (*fig.* 133), on voit que le point d'intersection avec la droite de charge serait stable mais le condensateur C court-

circuite l'émetteur pour les fréquences élevées et assure une instabilité dynamique, de sorte que le chemin 1, 2, 3, 4 est décrit continuellement.

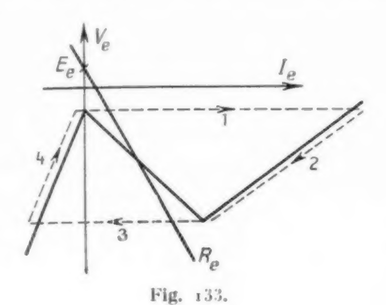


Fig. 133.

Le transistor produit des oscillations de relaxation tout à fait analogues à celles obtenues avec un tube à gaz et un condensateur.

Les montages utilisant les caractéristiques de collecteur et de base sont les mêmes que ceux des figures 131 et 132, les charges et les polarisations

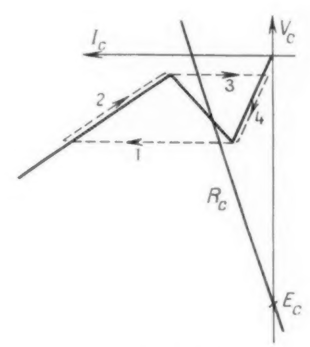


Fig. 134.

étant différentes. Les courbes caractéristiques correspondantes sont représentées sur les figures 134 et 135.

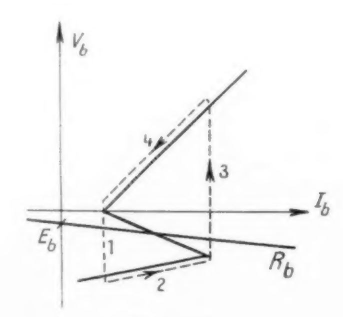


Fig. 135.

3.3. **Étude dynamique des basculateurs** [62], [65] à [68].

Les considérations précédentes permettent de voir si un montage basculateur est astable, monostable ou bistable et de déterminer l'amplitude nécessaire des signaux de déclenchement. Avec un examen plus poussé, on peut prévoir la forme des courants produits.

3.3.1. Cas de transitions instantanées. — En supposant les transitions instantanées, on peut calculer d'une façon très simple la largeur des signaux produits.

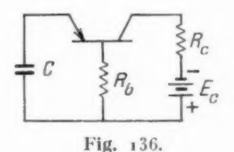


Fig. 136.

Considérons par exemple [62] le basculateur monostable de la figure 136 dont le fonctionnement est expliqué sur la figure 130. On peut aussi représenter ce montage par le schéma de la figure 137 et considérer que les basculages ont pour effet d'ouvrir ou de fermer les deux interrupteurs.

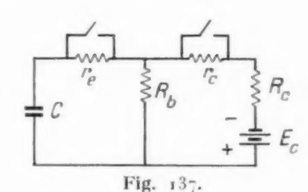


Fig. 137.

Au repos les deux interrupteurs sont ouverts, le courant émetteur est nul et le courant collecteur vaut I_{co}. L'arrivée d'une impulsion de déclenchement au temps zéro a pour effet de fermer les interrupteurs et les courants émetteur et collecteur deviennent

$$I_e = \frac{E_0}{R_c} e^{-\frac{t}{RC}},$$

$$I_c = \frac{R_b E_0}{R_c (R_b + R_c)} e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{E_c}{R_b + R_c},$$

où

$$E_0 = \frac{r_c}{R_b + R_c + r_c} E_c,$$

$$R = \frac{R_b R_c}{R_b + R_c}.$$

C'est-à-dire qu'au début les courants émetteur

et collecteur sont sensiblement égaux, puis décroissent exponentiellement avec la constante de temps RC.

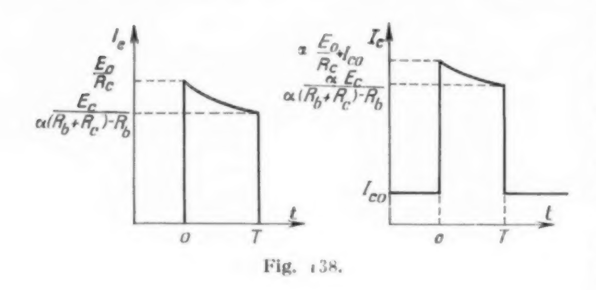


Fig. 138.

Le transistor bascule à nouveau pour revenir à l'état d'équilibre (interrupteurs ouverts) quand (*fig.* 119)

$$I_e = \frac{E_c}{\alpha(R_b + R_c) - R_b}, \qquad I_c = \alpha\frac{E_c}{\alpha(R_b + R_c) - R_b}.$$

On en déduit que ce montage fournit des impulsions de courant d'amplitude $\frac{\alpha E_0}{R_c}$ et de durée

$$T = RC \log_e \frac{r_c[\alpha(R_b + R_c) - R_b]}{R_c[R_b + R_c + r_c]}.$$

La durée des impulsions est indépendante de la tension de la source E_c mais dépend de α et r_c qui varient d'un transistor à l'autre. On peut stabiliser cette durée en associant des lignes au condensateur.

La crête de l'impulsion n'est pas horizontale, elle descend d'autant plus vite que R_c est petit, c'est-à-dire que l'on cherche des courants élevés.

Un autre exemple de ce type de raisonnement est donné par un compteur binaire [66]. Le schéma est indiqué sur la figure 139 où l'on voit que l'émetteur et la base sont alimentés, à courant constant, à travers de grandes résistances.

Supposons le transistor bloqué au début, D_1 et D_2 conduisent et D_3 est bloquée. On applique alors simultanément des impulsions, positive sur D_3 et négative sur D_2. La somme des tensions de ces deux impulsions est inférieure à 12 V pour éviter que D_2 et D_3 ne conduisent ensemble. L'impulsion négative est transmise par D_2 qui conduit et abaisse la tension de base en dessous de celle de l'émetteur, de sorte que le transistor commence à conduire. Le transistor bascule alors et devient presque instantanément un court-circuit. Mais le condensateur C empêche la tension émetteur de varier très vite; il se décharge dans R_e et R_c de sorte que l'émetteur et les deux autres électrodes atteignent -9 V avec la constante de temps $(R_e + R_c)C$. Le courant initial de cette décharge est $\frac{10}{300} = 33$ mA, valeur considérable qui abîmerait le transistor si elle était maintenue longtemps. Les électrodes du transistor prennent donc au début de la décharge le potentiel $-10 + 0{,}033\,R_c \neq -3$ V, puis leur tension décroît exponentiellement et le transistor atteint l'état d'équilibre où il conduit. Les trois diodes sont alors bloquées, C est chargé à environ 11 V et un courant de 5 mA circule dans R_c.

A l'arrivée de la paire suivante d'impulsion de déclenchement, D_3 conduit et D_2 reste bloquée. La base devient positive, le courant émetteur diminue et la tension émetteur augmente, le transistor bascule à nouveau. Mais la tension émetteur ne peut augmenter rapidement que lorsque le courant émetteur passe du transistor au circuit R_eC; elle croît ainsi brusquement de $0{,}003 \times R_e = 0{,}3$ V, puis le courant I_e commence à charger linéairement la capacité C jusqu'à ce que la diode D_1 se mette à conduire. Le potentiel de base croît brusquement jusqu'à ce que D_2 conduise et est ensuite déterminé par l'impulsion de déclenchement qui existe sur

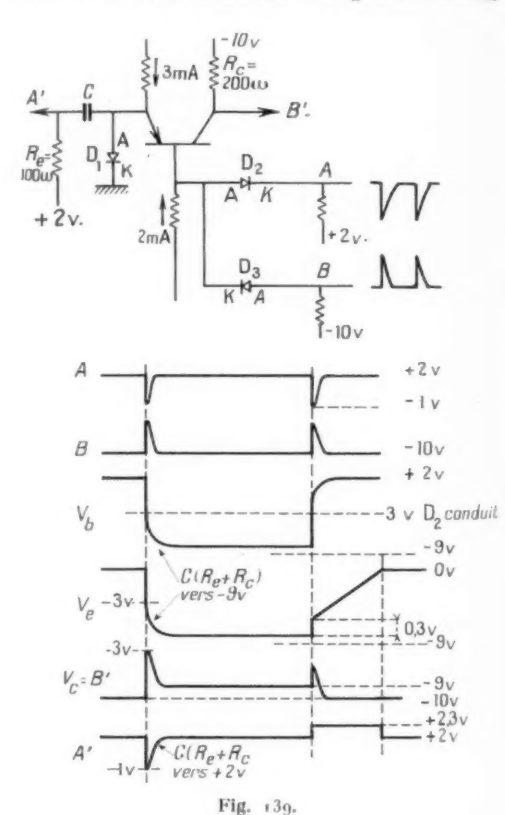


Fig. 139.

la cathode de D_2. Il faut que cette impulsion ait disparu avant que D_1 ne conduise sinon le transistor basculerait à nouveau dans l'état conducteur.

Dans l'état permanent le courant collecteur est devenu très faible mais la transition s'est faite sous l'action de deux causes contradictoires. Une diminution du courant émetteur qui tendait à abaisser le courant collecteur et une élévation de la tension collecteur-base qui tendait à l'augmenter. Le second effet est prédominant au début de sorte que l'on voit apparaître une impulsion positive de tension sur le collecteur au moment du déclenchement.

On trouve aux points A' et B' deux impulsions simultanées, de même forme que celle ayant déclenché le transistor et arrivant à fréquence 1/2; ces impulsions peuvent déclencher l'étage suivant d'un compteur binaire.

Ce type de montage est susceptible de nombreuses variantes [66]. Il a une grande sécurité de fonctionnement car toutes les tensions sont déterminées par des diodes et ne dépendent que peu des caractéristiques du transistor utilisé.

Notons enfin le rôle complexe de la capacité C; elle garde la mémoire de l'état actuel du transistor en l'empêchant de rebasculer spontanément, elle fournit une pointe importante de courant au moment des transitions qui sont ainsi beaucoup facilitées et elle court-circuite l'émetteur pendant les transitions.

Ce circuit peut également être étudié par des considérations de résistances négatives. On a tracé sur la figure 140 la caractéristique d'entrée de l'émetteur et la courbe de charge qui se compose d'une résistance pratiquement nulle tant que D_1 conduit, c'est-à-dire que le courant émetteur est inférieur à 3 mA, et d'une résistance très grande ensuite.

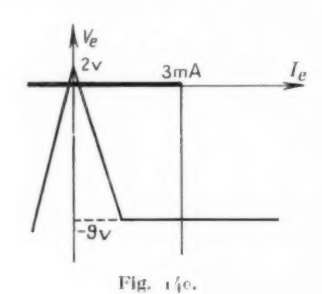


Fig. 140.

On retrouve bien ainsi les deux points d'équilibre stable et l'on voit que le montage fonctionne à condition que le courant injecté dans l'émetteur soit suffisant pour saturer le transistor.

3.3.2. Vitesse des transitions [65], [69]. — En pratique, un transistor peut basculer en quelques dixièmes de microsecondes et fonctionner sur des impulsions se répétant à quelques centaines de kilocycles. Aux grandes vitesses, la durée de la transition devient une fraction appréciable de la durée des impulsions et il importe d'en tenir compte.

Un premier effet gênant est qu'un transistor ne s'arrête pas de conduire immédiatement après que l'on ait coupé le courant émetteur. En effet, beaucoup de charges circulent dans la base d'un transistor saturé (région 3); quand on coupe le courant émetteur, on arrête d'injecter des charges mais le collecteur continue à conduire jusqu'à ce que toutes les charges présentées dans la base aient disparues, ce qui peut demander une fraction appréciable de microseconde. On atténue cet effet en évitant une saturation complète du transistor, par exemple en limitant des potentiels avec des diodes.

Une seconde limitation provient de ce que le transistor ne passe pas les fréquences élevées. On peut faire une étude détaillée de la transition [65] en considérant que le transistor contient une capacité unique qui produit une baisse du gain aux fréquences élevées. Cette capacité peut être calculée d'après des mesures de réponse en fréquences. Un circuit basculateur contient alors deux éléments réactifs et les variables indépendantes, par exemple V_e et I_e sont solution d'équations différentielles du deuxième ordre. On peut alors tracer dans le plan $V_e I_e$ la trajectoire du point représentant le fonctionnement du transistor pendant la transition et en déduire la forme exacte de celle-ci. Toutefois, ces calculs semblent trop compliqués pour être d'un usage fréquent. Ils sont en outre peu précis car il faut faire beaucoup d'hypothèses simplificatrices.

3.4. **Exemples d'applications.**

Ces circuits ont en gros les mêmes applications que les basculateurs à lampes avec l'avantage de ne nécessiter qu'un seul transistor. Ceci explique en particulier que l'oscillateur bloqué à transistor à pointes n'a pas beaucoup d'intérêt.

Un domaine assez intéressant pour les basculateurs à transistor se trouve dans les circuits de machines à calculer numériques ou les montages du même genre tels que certains multiplex. Par exemple, les basculateurs monostables peuvent être utilisés en régénérateurs d'impulsions, transformant une impulsion d'entrée en une impulsion standard de sortie.

Cet organe trouve sa place en particulier dans les multiplex à modulation codée ou par position d'impulsions.

Les basculateurs monostables peuvent également servir à retarder une impulsion d'une quantité connue.

Les basculateurs astables peuvent être synchronisés sur des impulsions de fréquence différente de leur fréquence naturelle et travailler en diviseur de fréquence comme les montages analogues à lampes.

Les basculateurs bistables peuvent être montés en compteurs binaires ou en compteur en anneau. Ceci fournit en particulier un moyen simple de distribuer des impulsions sur différentes voies.

Enfin, comme dans les basculateurs à lampes, on peut intégrer ou différencier les signaux rectangulaires fournis par les basculateurs et obtenir ainsi des impulsions fines ou des dents de scie.

On voit qu'il y a une grande variété de circuits basculateurs possibles. Nous en avons indiqué les grandes lignes et leur description détaillée sortirait du cadre de ce rapport. On en trouvera de nombreux exemples dans les références citées.

4. CONCLUSION.

Les transistors sont maintenant sortis du domaine du laboratoire pour entrer dans celui des applications industrielles.

Les transistors de puissance, capables de fournir plusieurs watts et les transistors au silicium, pouvant travailler jusqu'à 150° C viennent de combler deux graves lacunes des anciens transistors. Il n'y a sûrement pas longtemps à attendre pour voir sortir des transistors utilisables dans le domaine des ondes métriques.

Dès aujourd'hui tous les montages à basse fréquence (jusqu'à une centaine de kilocycles) peuvent être entièrement réalisés avec des transistors. Les avantages sur les montages à lampes sont :

— une dimension bien inférieure;
— une réduction considérable des alimentations;
— une durée de vie et une robustesse bien supérieure;
— par contre, le bruit de fond peut-être un peu plus élevé.

Pour ce type d'applications, l'emploi des transistors à jonctions est à conseiller.

Les circuits travaillant à faible niveau à des fréquences inférieures à quelques mégacycles peuvent aussi être construits entièrement avec des transistors. Là également les transistors à jonctions s'imposeront.

On peut encore remplacer les lampes par des transistors dans un grand nombre de circuits à impulsions. C'est probablement le seul domaine où les transistors à pointes rivaliseront avec les transistors à jonctions.

L'évolution si rapide des transistors ne permet pas encore de partager les applications qui leur seront propres et celles qui seront réservées aux lampes. Il ne fait cependant pas de doute qu'une quantité de plus en plus grande de matériel à transistors sera construit et que leur domaine s'élargira très rapidement.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] W. Shockley, *Transistor electronics: Imperfections, unipolar and analog transistor* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1289).

[2] F. Shea, *Principles of transistor circuits*, J. Wiley and sons, New York, 1953.

[3] R. L. Wallace et W. J. Pietenpol, *Some circuit properties and applications of n-p-n transistors* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 30, juillet 1951, p. 530).

[4] J. A. Becker et J. N. Shive, *The transistor, a new semi-conductor amplifier* (*Elect. Eng.*, t. 68, mars 1949, p. 215).

[5] J. M. Ryder et R. J. Kircher, *Some circuit aspect of the transistor* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 28, juillet 1949, p. 367).

[6] F. H. Bower, *Manufacturing grown junction transistors* (*Electronics*, t. 27, décembre 1954, p. 130).

[7] *The surface-barrier transistor* (Série de cinq articles dans *Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, décembre 1953, p. 1702 à 1720).

[8] C. W. Mueller et P. I. Pankove, *A p-n-p triode alloy junction transistor for R. F. amplification* (*R. C. A. Rev.*, t. 14, décembre 1953, p. 586; *Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, février 1954, p. 386).

[9] J. J. Ebers, *Four terminal p-n-p-n- transistors* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1361).

[10] R. L. Wallace, L. G. Schimpf et E. Dickten, *High frequency transistor tetrode* (*Electronics*, t. 26, janvier 1953, p. 113; *Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1395).

[11] J. M. Early, *p-n-i-p and n-i-p-n junction transistor triode* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 33, mai 1954, p. 517).

[12] W. Shockley, *A unipolar field effect transistor* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1365).

[13] Dacey et Ross, *Unipolar field effect transistor* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, août 1953, p. 970).

[14] O. M. Stuetzer, *A cristal amplifier with high input impedance* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 38, août 1950, p. 868).

[15] O. M. Stuetzer, *Junction fieldistor* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1377).

[16] L. J. Giacoletto, *Terminology and equations for linear active four terminal networks including transistors* (*R. C. A. Rev.*, t. 14, mars 1953, p. 28).

[17] W. M. Webster, *On the variation of junction transistor current amplification factor with emitter current* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, juin 1954, p. 914).

[18] E. S. Rittner, *Extension of the theory of the junction transistor* (*Phys. Rev.*, t. 94, juin 1954, p. 1161).

[19] R. L. Wallace et G. Raisbeck, *Duality as a guide in transistor circuit design* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 30, avril 1951, p. 381).

[20] F. R. Stancel, *Transistor equations* (*Electronics*, t. 26, mars 1953, p. 156).

[21] A. Coblentz et H. L. Owens, *Small signal transistor operation* (*Electronics*, t. 26, octobre 1953, p. 158).

[22] A. Coblentz et H. L. Owens, *Grounded emitter and collector circuits* (*Electronics*, t. 26, novembre 1953, p. 166).

[23] L. P. Hunter, *Graphical analysis of transistor characteristics* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 38, décembre 1950, p. 1387).

[24] G. G. Sziklai, R. D. Lohman et G. B. Herzog, *A study of transistor circuit for television* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, juin 1953, p. 708).

[25] R. C. Ballard, *A portable transistor F. M. receiver* (*Tele. Tech.*, t. 12, août 1953, p. 79).

[26] C. C. Cheng, *Transistor equations using h parameters* (*Electronics*, t. 27, avril 1954, p. 191).

[27] J. M. Early, *Design theory of junction transistors* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 32, novembre 1953, p. 1271).

[28] R. L. Pritchard, *Frequency variation of junction transistor parameters* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, mai 1954, p. 786).

[29] J. Zawels, *Physical theory of new circuit representation for junction transistor* (*J. Appl. Phys.*, t. 25, août 1954, p. 976).

[30] L. Oertel, *Zur Theorie der Ersatzschaltbilder von Flächentransistoren* (*Telefunken Zeitung*, t. 27, décembre 1954, p. 230).

[31] H. Statz, E. A. Guillemin et R. Pucel, *Design considerations of junction transistor at higher frequencies based upon on accurate equivalent circuit* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, novembre 1954, p. 1620).

[32] E. Kettel et G. Meyer-Brotz, *Die Frequenzabhangigkeit der Vierpolparameter eines Transistor* (*Telefunken Zeitung*, t. 27, décembre 1954, p. 237).

[33] E. Kettel, *Hochfrequenzverstärkung mit Transistoren* (*Telefunken Zeitung*, t. 27, décembre 1954, p. 245).

[34] R. L. Pritchard, *Collector base impedance of a junction transistor* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, août 1953, p. 1060).

[35] W. F. Chov et J. J. Suran, *Transient analysis of junction transistor amplifiers* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, septembre 1953, p. 1125).

[36] Schaffner, *Transient response of the grounded base transistor amplifier with small load impedance* (*J. Appl. Phys.*, t. 24, novembre 1953, p. 1355).

[37] W. F. Chow et J. J. Suran, *Transient analysis of transistor amplifiers* (*Electronics*, t. 26, novembre 1953, p. 189).

[38] R. H. Kingston, *Switching time in junction diodes and junction transistors* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, mai 1954, p. 829).

[39] J. J. Ebers et J. L. Mall, *Large signal behavior of junction transistor* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, décembre 1954, p. 1761).

[40] J. L. Mall, *Large signal transient response of junction transistors* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, décembre 1954, p. 1773).

[41] H. C. Montgomery, *Electrical noise in semiconductors* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 31, septembre 1952, p. 950).

[42] E. Keonjian et J. S. Schaffner, *Noise in transistor amplifiers* (*Electronics*, t. 26, février 1953, p. 104).

[43] E. Keonjian et J. S. Schaffner, *An experimental investigation of transistor noise* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1456).

[44] H. C. Montgomery, *Transistor noise in circuit applications* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1461).

[45] J. R. Nelson, *Transistor I. F. amplifiers* (*Tele. Tech.*, t. 12, décembre 1953, p. 68).

[46] L. E. Barton, *An experimental transistor personal broadcast receiver* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, juillet 1954, p. 1062).

[47] C. Yeh, *Analysis of a single ended push pull audio amplifier* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, juin 1953, p. 743).

[48] A. Coblenz et H. L. Owens, *Variation of transistor parameters with temperature* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1472).

[49] E. Keonjian, *Temperature compensated D. C. transistor amplifier* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, avril 1954, p. 661).

[50] *Precision transistor oscillator* (*Tele. Tech.*, t. 12, mars 1953, p. 93).

[51] H. E. HOLLMANN, *Transistor oscillators* (*Tele. Tech.*, t. 12, octobre 1953, p. 83).

[52] F. E. BLOUNT, *Transistor oscillator for use in multifrequency pulsing current supply* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 32, novembre 1953, p. 1313).

[53] J. B. OAKES, *Analysis of junction transistor audio oscillator* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, août 1954, p. 1235).

[54] E. R. KRETZMER, *An amplitude stabilized transistor oscillator* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, février 1954, p. 391).

[55] G. C. SZIKLAI, *Symetrical properties of transistors and their applications* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, juin 1953, p. 717).

[56] J. ZAWELS, *The transistor as a mixer* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, mars 1954, p. 542).

[57] E. H. CHASE, B. H. HAMILTON et D. H. SMITH, *Transistors and junction diodes in telephone power plants* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 33, juillet 1954, p. 827).

[58] J. G. LINVILL, *Transistor negative impedance converters* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 41, juin 1953, p. 725).

[59] J. G. LINVILL, *R. C. active filters* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, mars 1954, p. 555).

[60] J. T. BANGERT, *The transistor as a network element* (*Bell Syst. Tech. J.*, t. 32, mars 1954, p. 329).

[61] L. P. HUNTER et H. FLEISHER, *Graphical analysis of some transistor switching circuits* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1559).

[62] A. W. LO, *Transistor trigger circuits* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1531).

[63] A. E. ANDERSON, *Transistors in switching circuits* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1541 et décembre 1952, p. 1732).

[64] R. L. TRENT, *A transistor reversible binary counter* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1562).

[65] B. G. FARLEY, *Dynamics of transistor negative resistance circuits* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 40, novembre 1952, p. 1497).

[66] F. C. WILLIAMS et G. B. B. CHAPLIN, *A method of designing transistor trigger circuits* (*Proc. Inst. Elect. Eng.*, t. 100, part III, juillet 1953, p. 228).

[67] E. H. COOKE-YARBOROUGH, *A versatile transistor circuit* (*Proc. Inst. Elect. Eng.*, t. 101, part III, septembre 1954, p. 281).

[68] G. B. B. CHAPLIN, *The transistor regenerative amplifier as computer element* (*Proc. Inst. Elect. Eng.*, t. 101, part III, septembre 1954, p. 298).

[69] I. L. LEBOW et R. H. BAKER, *The transient response of transistor switching circuits* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, t. 42, juin 1954, p. 938).

[70] L. J. GIACOLETTO, *Study of pnp alloy junction transistor from d. c. through medium frequencies* (*R.C.A rev.*, t. 15, décembre 1954, p. 506).

On trouvera en outre une bibliographie très détaillée dans [2].

Les revues *Electronics* et *Wireless world* publient depuis le début de 1953 un article par mois d'initiation aux circuits à transistors.

La *Bell Telephone* a édité en 1951 un livre de mise au point intitulé *The transistor*; cet Ouvrage n'est malheureusement pas dans le commerce.

Le numéro de novembre 1952 des *Proc. Inst. Rad. Eng.* est consacré aux transistors.

CALCUL DES RADOMES

PAR L. THOUREL ET S. HERSCOVICI.

Département " Radar " du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T.S.F.

RÉSUMÉ. — *Après avoir rappelé succinctement les problèmes généraux posés par les radomes, les auteurs établissent des formules simples permettant le calcul des sandwiches. Ces formules sont valables pour les deux polarisations de l'onde incidente; elles peuvent être facilement étendues à la détermination des sandwiches multiples. Une méthode pratique de calcul est indiquée pour terminer, ainsi que les résultats obtenus expérimentalement (C.D.U. :* 621.396.676).

SUMMARY. — *Having briefly recalled the general problems raised by radomes, the authors establish simple formulae for the calculation of sandwiches. These formulae are valid for the two kinds of polarisation of the incident wave; they can readily be extended to the determination of multiple sandwich construction. A practical method of calculation is finally set out, together with experimental results obtained (U.D.C. :* 621.396.676).

1. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

Dans de nombreuses circonstances, l'antenne d'un radar doit être isolée de l'ambiance extérieure, soit simplement pour la protéger contre les intempéries, soit parce qu'elle est installée sur un appareil se déplaçant plus ou moins rapidement (antennes aéroportées par exemple). Il est donc nécessaire de prévoir un capot entourant le réflecteur suffisamment ample pour ne pas gêner le mouvement de ce dernier. Un tel capot est appelé par les techniciens, radome, ce qui est une abréviation de l'expression « Radar dome ».

Le radome devant être transparent aux ondes radioélectriques est nécessairement constitué par du diélectrique et celui-ci doit présenter des pertes aussi faibles que possible afin de ne pas atténuer le rayonnement. Dans la théorie des radomes que nous allons exposer, nous supposerons que les diélectriques utilisés sont sans perte, ce qui conduit toujours à des résultats suffisamment précis dans la pratique.

On sait qu'une onde arrivant sur la surface d'un diélectrique donne naissance à une onde réfléchie et une onde réfractée : dans le cas d'un radome, l'énergie émise par l'antenne va donc être partiellement réfléchie par la paroi et une partie seulement de la puissance sera transmise. Un radome donnera donc lieu à des pertes par réflexion et il devra être déterminé pour que ces pertes soient si possible nulles ou très faibles.

Les réflexions sur les parois des radomes peuvent provoquer un accroissement du taux d'ondes stationnaires présenté par l'antenne et l'apparition de lobes secondaires parasites : ceci est illustré par les figures 1 et 2; la figure 1 schématise un cornet

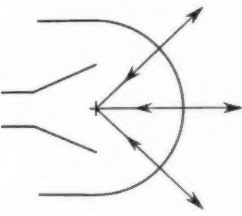


Fig. 1.

d'excitation protégé par un radome hémisphérique, centré sur le centre de l'embouchure; les rayons réfléchis reviennent dans le guide, créant un certain taux d'ondes stationnaires fonction du coefficient de réflexion global du radome. La figure 2 est relative à une antenne en cosécante carrée placée au-dessous du fuselage d'un avion, à l'intérieur d'un radome profilé.

On voit qu'un rayon tel que OAM donne, par réflexion en B un rayon BC, qui se réfléchissant à son tour sur le fuselage, donne un rayon CD; de

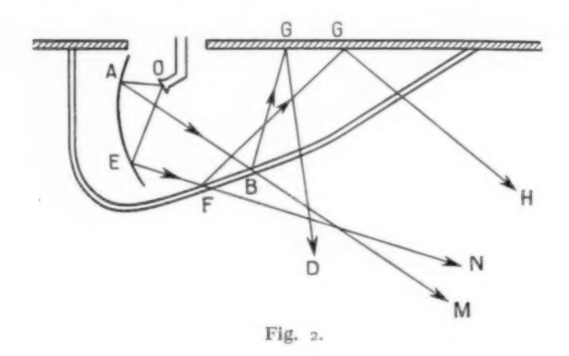


Fig. 2.

même le rayon OEN donne un rayon parasite dans la direction GH. Il en résulte que des lobes parasites apparaîtront dans les directions définies par CD et GH.

Un autre effet nuisible des radomes est la distorsion de phase introduite sur le faisceau dans lequel ils sont interposés. Il est clair que si un faisceau de rayons parallèles frappe une lame courbe de diélectrique (*fig.* 3) chacun des rayons traverse une épais-

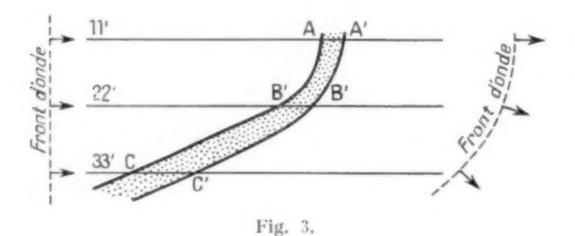


Fig. 3.

seur de diélectrique différente. Ainsi en appelant n, l'indice de réfraction du radome, le rayon 11′ est retardé de $\Phi_1 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} n\,AA'\right)$, le rayon 22′ est retardé de $\Phi_2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} n\,BB'\right)$ et le rayon 33′ est retardé de $\Phi_3 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} n\,CC'\right)$. Comme $AA' < BB' < CC'$, $\Phi_1 < \Phi_2 < \Phi_3$. A la sortie du radome, le front d'onde qui était un plan est devenu une surface courbe.

Le diagramme de rayonnement d'un réflecteur peut donc être faussé par la présence du radome et, dans le cas d'un aérien de conduite de tir par exemple, l'axe radioélectrique défini par le recoupement des deux lobes peut donc voir sa direction varier en fonction des positions relatives du radome et de l'antenne. Le pointage sera alors erroné.

Si le radome entoure la source d'illumination primaire d'un réflecteur, les déphasages qu'il introduit se retrouvent dans cette illumination, ce qui entraîne l'apparition de lobes secondaires dans le rayonnement du dit réflecteur.

Ces quelques remarques montrent qu'un radome doit faire l'objet d'une étude soignée si l'on ne veut pas que sa présence entraîne de graves inconvénients. On voit que l'étude doit surtout porter sur l'annulation des réflexions et des variations de déphasage à travers le diélectrique.

On peut facilement montrer que si une onde plane arrive normalement sur une plaque de diélectrique, la puissance réfléchie est nulle quand l'épaisseur de la plaque est égale à un nombre entier de demi-ondes mesurées dans le diélectrique; la puissance transmise est alors égale à la puissance incidente quand le milieu est sans perte. A une fréquence donnée et sous réserve que la surface du radome soit toujours normale aux rayons incidents, il est donc possible de réaliser celui-ci avec une feuille de diélectrique d'épaisseur déterminée : ainsi avec un matériau de constante diélectrique égale à 3 ($n = 1{,}732$) l'épaisseur $0{,}289\,\lambda_0$ (λ_0, longueur d'onde dans l'air) correspond à une puissance réfléchie nulle. Cependant ce dispositif simple est sensible à la fréquence et, ce qui est beaucoup plus grave, le pourcentage de puissance réfléchie augmente rapidement dès que les rayons incidents ne sont plus perpendiculaires à la paroi.

Cette situation peut être sensiblement améliorée en utilisant un sandwich constitué par un matériau diélectrique de faible indice (mousse de vinyle ou de polystyrène, nid d'abeille) placé entre deux feuilles de diélectrique d'indice plus élevé. Dans ces conditions, avec un choix convenable des épaisseurs, le pourcentage de puissance réfléchie reste très faible jusqu'à des incidences élevées (50° de la normale dans certains cas). Nous verrons même plus loin que l'angle d'incidence maximum peut être augmenté en accolant ensemble deux ou quatre sandwiches.

Nous envisagerons donc, dans ce qui suit, uniquement les radomes constitués par un ou plusieurs sandwiches.

2. ÉTUDE DE LA TRANSMISSION DES SANDWICHES.

L'étude de la transmission d'un sandwich simple a été exposée dans l'Ouvrage *Radar Scanners and Radomes* de Cady, Karelitz et Turner (*Collection M. I. T.*, vol. 26). Nous allons cependant reprendre ce travail, en le modifiant afin qu'il soit applicable aux sandwiches multiples.

2.1. Passage d'un rayon d'un diélectrique dans un autre.

Considérons deux milieux diélectriques (*a*) et (*b*) (*fig.* 4), de constantes diélectriques K_a et K_b séparés par un plan P, et une onde plane se propageant

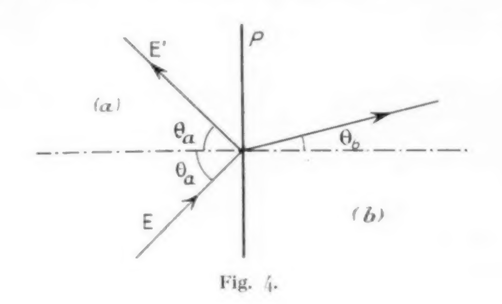


Fig. 4.

de (*a*) vers (*b*), de telle sorte qu'un rayon incident fasse un angle θ_a avec la normale à P.

Deux cas peuvent se présenter :

— le vecteur électrique E du champ est situé dans le plan normal à P et contenant le rayon incident : on dit alors que la polarisation est parallèle ;

— le vecteur électrique E est normal au plan défini ci-dessus : on dit alors que la polarisation est perpendiculaire.

On sait que, dans les deux cas, l'intensité du rayon réfléchi est donnée par les formules de Fresnel, qui peuvent s'écrire, en adoptant les désignations de Stratton (1) :

Pour la polarisation parallèle :

$$r_{abp} = \frac{E''}{E} = \frac{n_b^2 \cos\theta_a - n_a\sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}}{n_b^2 \cos\theta_a + n_a\sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}},$$

soit

$$(1) \qquad r_{abp} = \frac{\dfrac{n_b^2}{n_a^2}\,\dfrac{n_a \cos\theta_a}{\sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}} - 1}{\dfrac{n_b^2}{n_a^2}\,\dfrac{n_a \cos\theta_a}{\sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}} + 1}$$

Pour la polarisation perpendiculaire :

$$r_{abn} = \frac{E''}{E} = \frac{n_a \cos\theta_a - \sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}}{n_a \cos\theta_a + \sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}}.$$

soit

$$(2) \qquad r_{abn} = \frac{\dfrac{n_a \cos\theta_a}{\sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}} - 1}{\dfrac{n_a \cos\theta_a}{\sqrt{n_b^2 - n_a^2 \sin^2\theta_a}} + 1},$$

Dans ces formules, n_a et n_b représentent les indices de réfraction des milieux et sont donnés par

$$n_a = \sqrt{K_a} \qquad \text{et} \qquad n_b = \sqrt{K_b}.$$

Posons

$$(3) \qquad n_a \sin\theta_a = \sin\theta_0,$$

ce qui donne

$$(4) \qquad n_a \cos\theta_a = \sqrt{K_a - \sin^2\theta_0}.$$

Pour simplifier l'écriture de (1) et (2), nous pouvons définir des quantités M_{ab} et E_{ab} égales aux parties littérales des formules, et il vient, en tenant compte de (3) et (4) :

$$(5) \qquad M_{ab} = \frac{K_b}{K_a}\sqrt{\frac{K_a - \sin^2\theta_0}{K_b - \sin^2\theta_0}},$$

$$(6) \qquad E_{ab} = \sqrt{\frac{K_a - \sin^2\theta_0}{K_b - \sin^2\theta_0}}.$$

Ainsi, d'une façon tout à fait générale, nous aurons

$$(7) \qquad r_{ab} = \frac{N_{ab} - 1}{N_{ab} + 1},$$

avec $N_{ab} = M_{ab}$ dans le cas de la polarisation parallèle ($r_{ab} = r_{abp}$) et $N_{ab} = E_{ab}$ dans le cas de la polarisation perpendiculaire ($r_{ab} = r_{abn}$).

Le rapport r_{ab} est le coefficient de réflexion de la séparation P ; ce rapport est fonction des indices et de l'angle d'incidence. Nous pouvons également définir le coefficient de transmission t_{ab} par la relation

$$(8) \qquad t_{ab} = 1 + r_{ab},$$

ce qui suppose que les milieux sont sans perte.

Il est également intéressant de connaître le déphasage introduit le long d'un rayon, dans le milieu (*a*) ou le milieu (*b*). Si nous appelons d la distance entre deux points, comptée normalement

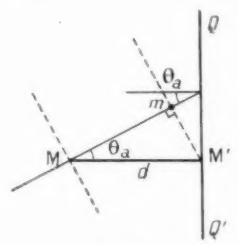


Fig. 5.

à P, le long du rayon, la différence de phase entre ces deux points est toujours donnée par

$$(9) \qquad \varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}\sqrt{K - \sin^2\theta_0}.$$

En effet, considérons un rayon incident dans le milieu (*a*) par exemple (*fig.* 5) : les fronts d'onde

sont normaux à ce rayon et si d est la distance normale d'un point M au point M′ d'un plan QQ′ parallèle à P, le déphasage le long de MM′ correspond à la longueur électrique de M_m, soit ($d \cos \theta_a$). Ce déphasage est donc

$$\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda_a} \cos \theta_a,$$

mais

$$\lambda_a = \frac{\lambda}{n_a}$$

et

$$n_a \cos \theta_a = \sqrt{K_a - \sin^2 \theta_0} \quad \text{d'après (4).}$$

d'où

$$\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{K_a - \sin^2 \theta_0}.$$

Cette formule est indépendante de la polarisation de l'onde.

2.2. Passage à travers une plaque de diélectrique.

Considérons une plaque diélectrique d'épaisseur d constituée par un milieu (b), entre deux milieux différents (a) et (c) (*fig.* 6), soient :

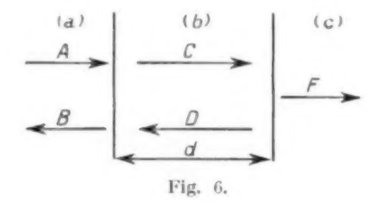


Fig. 6.

A, l'amplitude de l'onde incidente dans (a);
B, l'amplitude de l'onde réfléchie dans (a);
C, l'amplitude de l'onde transmise entre (a) et (b);
D, l'amplitude de l'onde réfléchie entre (b) et (c);
F, l'amplitude de l'onde transmise entre (b) et (c).

En introduisant les coefficients de transmission t et de réflexion r et en posant

$$q = e^{-i\varphi}, \tag{10}$$

il vient

$$C = At_{ab} + Dr_{ba}, \tag{11}$$

$$B = Dt_{ba} + Ar_{ab}, \tag{12}$$

$$F = Cqt_{bc}, \tag{13}$$

$$D = Cq^2 r_{bc}; \tag{14}$$

d'où

$$B = Cq^2 r_{bc} t_{ba} + Ar_{ab}, \tag{15}$$

$$C = At_{ab} + Cq^2 r_{ba} r_{bc}, \tag{16}$$

ce qui donne

$$C = \frac{At_{ab}}{1 - q^2 r_{ab} r_{bc}}. \tag{17}$$

En posant

$$r_{ac} = \frac{B}{A} \quad \text{et} \quad t_{ac} = \frac{F}{A}. \tag{18}$$

Il vient en définitive

$$r_{ac} = r_{ab} + q^2 \frac{r_{bc} t_{ab} t_{ba}}{1 - q^2 r_{ba} r_{bc}}; \qquad t_{ac} = \frac{q t_{ab} t_{bc}}{1 - q^2 r_{ba} r_{bc}}; \tag{19}$$

$$r_{ca} = r_{cb} + q^2 \frac{r_{ba} t_{bc} t_{cb}}{1 - q^2 r_{ba} r_{bc}}; \qquad t_{ca} = \frac{q t_{ab} t_{ba}}{1 - q^2 r_{bc} r_{ba}}. \tag{20}$$

Ces quatre formules déterminent entièrement les conditions de transmission et de réflexion par la plaque.

2.3. Transmission et réflexion par un sandwich. Cas général.

Nous allons maintenant considérer le cas d'un sandwich constitué par trois épaisseurs de matériau, conformément au schéma suivant :

— une « peau » de matériau (b);
— une épaisseur D de matériau (m);
— une « peau » de matériau (b) identique à la première.

Un tel sandwich sera placé entre deux milieux (l) et (n) conformément à la figure 7 où les lettres

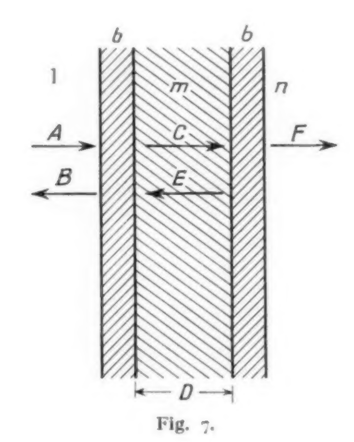


Fig. 7.

majuscules ont des significations similaires à celles de la figure 6.

Posons

$$\Phi = \frac{2\pi D}{\lambda_0} \sqrt{K_m - \sin^2 \theta_0} \tag{21}$$

et

(22) $$Q = e^{-j\Phi}.$$

Nous avons maintenant

(23) $$B = Ar_{lm} + Et_{ml},$$
(24) $$C = At_{lm} + Er_{ml},$$
(25) $$E = Cr_{mn}Q^2,$$
(26) $$F = Ct_{mn}Q.$$

De ces diverses relations, il est facile de tirer le coefficient de réflexion global du sandwich, défini par

$$R_{ln} = \frac{B}{A}$$

et le coefficient de transmission global, défini par

$$T_{ln} = \frac{F}{A}.$$

Il vient

(27) $$R_{ln} = r_{lm} + Q^2 \frac{r_{mn}t_{lm}t_{ml}}{1 - Q^2 r_{mn} r_{ml}},$$

(28) $$T_{ln} = \frac{Qt_{lm}t_{mn}}{1 - Q^2 r_{mn} r_{ml}}.$$

2.4. Cas d'un sandwich symétrique.

Pratiquement, le sandwich n'est pas interposé entre deux milieux différents (*l*) et (*n*), mais se trouve placé dans un milieu unique qui est l'air. Dans ces conditions, tout devient symétrique de part et d'autre du plan médian du sandwich et les formules (27) et (28) se simplifient.

D'autre part, il est possible de montrer que, si les divers matériaux sont sans perte, la connaissance de R en phase et en module entraîne la connaissance de T en phase et en module, et réciproquement.

Soit, en effet, un sandwich symétrique placé dans un milieu dans lequel se propagent en sens inverse et normalement au sandwich deux ondes d'amplitude A. L'onde venant de la gauche donne naissance à une onde réfléchie RA se propageant de droite à gauche, et à une onde transmise TA se propageant de gauche à droite. Généralement R et T sont complexes. Il existe une situation similaire pour l'onde qui vient de la droite de telle sorte que nous trouverons de part et d'autre du sandwich deux ondes se propageant en sens inverse :

— une onde d'amplitude A qui est une onde incidente;

— une onde d'amplitude $(R + T)A$.

Puisque le sandwich est sans perte, le module de $(R + T)A$ est nécessairement égal au module de A, ce qui donne

(29) $$R + T = 1.$$

Si β est l'angle de phase entre R et T, il vient

(30) $$|R + T| = |R|^2 + |T|^2 - 2|R||T|\cos\beta = 1.$$

D'autre part, si nous considérons les puissances, nous avons obligatoirement

(31) $$|R|^2 + |T|^2 = 1.$$

De (30) et (31), on tire

$$\cos\beta = 0, \qquad \text{soit} \quad \beta = \pm\frac{\pi}{2}.$$

Si Φ_R est la phase de R, ceci donne

(32) $$T = \sqrt{1 - |R|^2}\, e^{-j\left(\Phi_R \pm \frac{\pi}{2}\right)}.$$

Considérons maintenant le sandwich symétrique dont la constitution est donnée par la figure 8.

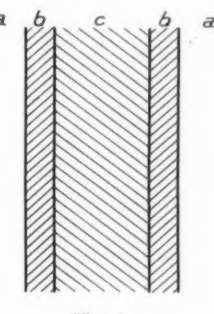


Fig. 8.

Nous pouvons calculer les coefficients de transmission et de réflexion à partir des formules (8), (19) et (20), en remarquant que

(33) $$r_{ab} + r_{ba} = 0,$$
(34) $$t_{ab} = 1 + r_{ab},$$
(35) $$t_{ba} = 1 + r_{ba} = 1 - r_{ab}$$

soit

(36) $$t_{ab}t_{ba} = 1 - r_{ab}^2.$$

Dans ces conditions (19) s'écrit

(37) $$r_{ac} = \frac{r_{ab} + q^2 r_{bc}}{1 + q^2 r_{ab} r_{bc}}; \qquad t_{ac} = \frac{q(1 + r_{ab})(1 + r_{bc})}{1 + q^2 r_{ab} r_{bc}}$$

et (20) donne

(38) $$r_{ca} = -\frac{r_{bc} + q^2 r_{ab}}{1 + q^2 r_{ab} r_{bc}}; \qquad t_{ca} = \frac{q(1 - r_{ab})(1 - r_{bc})}{1 + q^2 r_{ab} r_{bc}}.$$

Le coefficient de réflexion du sandwich est donné

par (27) qui s'écrit ici

$$(39)\qquad R = r_{ac} + Q^2 \frac{r_{ca} t_{ac} t_{ca}}{1 - Q^2 r_{ca}^2}.$$

D'une façon tout à fait générale, nous aurons

$$(40)\qquad r_{ac} = \rho\, e^{-j\Phi} \qquad \text{et} \qquad r_{ca} = \rho\, e^{-j\psi}$$

et (39) s'écrit

$$(41)\qquad R = r_{ac} + \frac{t_{ac} t_{ca} \rho\, e^{-j\psi} Q^2}{1 - Q^2 \rho^2 e^{-j^2\psi}}.$$

En prenant la valeur de r_{ca} donnée par (40) et en écrivant qu'elle est égale à la valeur donnée par (38), on peut trouver ρ et ψ.

En effet, les formules (37) et (38) donnent pour r_{ac} ou r_{ca} des fonctions de q, r_{bc} et r_{ab}. (Rappelons que $r_{ab} = -r_{ba}$ et que $r_{bc} = -r_{cb}$.) En utilisant les formules (7) et (10) donnant les valeurs de r et q en fonction de N et de φ, nous trouverons pour ρ et ψ des fonctions de N et de φ, c'est-à-dire des fonctions des angles d'incidence, des constantes diélectriques et des épaisseurs des matériaux.

Ce calcul est un peu long mais ne présente aucune difficulté. On trouve

$$(42)\qquad \operatorname{tg}\psi = \frac{2(N_{ba}^2 - 1) N_{cb} \sin 2\varphi}{(N_{ba}^2 + 1)(N_{cb}^2 - 1) + (N_{ba}^2 - 1)(N_{cb}^2 + 1)\cos 2\varphi},$$

$$(43)\qquad \operatorname{tg}\psi_0 = \frac{-2(N_{cb}^2 - 1) N_{ba} \sin 2\varphi}{(N_{cb}^2 + 1)(N_{ba}^2 - 1) + (N_{cb}^2 - 1)(N_{ba}^2 + 1)\cos 2\varphi},$$

$$(44)\qquad |\rho|^2 = \frac{(N_{cb} N_{ba} - 1)^2 - (N_{cb}^2 - 1)(N_{ba}^2 - 1)\sin^2\varphi}{(N_{cb} N_{ba} + 1)^2 - (N_{cb}^2 - 1)(N_{ba}^2 - 1)\sin^2\varphi}.$$

On notera bien que ces trois valeurs permettent de calculer r_{ac} ou r_{ca} et n'ont rien à voir avec l'âme du sandwich; cependant leur connaissance est indispensable pour déterminer ce dernier. Il est également intéressant de noter que les trois formules sont indépendantes de la polarisation de l'onde. Celle-ci intervient dans le choix de N qui est égal à M ou à E selon le cas [*voir* formules (5) et (6)].

Connaissant ρ, ψ et ψ_0, nous pouvons calculer le coefficient de réflexion du sandwich à l'aide de l'équation (41).

Reprenons les formules (37) et (38) et soit φ_2 l'angle de phase du dénominateur des expressions donnant t_{ac} et t_{ca} :

$$(45)\qquad 1 + q^2 r_{ab} r_{bc} = |1 + q^2 r_{ab} r_{bc}|\, e^{-j\varphi_2}.$$

Dans les deux cas la phase du numérateur est donnée par q, c'est-à-dire est φ. Ces phases de t_{ac} et t_{ca} sont donc identiques et égales à

$$(46)\qquad \eta = \varphi - \varphi_2.$$

Nous aurons donc

$$(47)\qquad t_{ac} = |t_{ac}|\, e^{-j\eta} \qquad \text{et} \qquad t_{ca} = |t_{ca}|\, e^{-j\eta}.$$

D'autre part, il est possible de montrer que

$$(48)\qquad |t_{ac} t_{ca}| = 1 - \rho^2,$$

de sorte que

$$(49)\qquad t_{ac} t_{ca} = (1 - \rho^2)\, e^{-j2\eta}.$$

Examinons maintenant r_{ca}, qui est donné par (38). La phase du dénominateur de l'expression est toujours φ_2, tandis que celle du numérateur est un angle φ_1 tel que

$$(50)\qquad \operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{r_{ab} \sin 2\varphi}{r_{bc} + r_{ab} \cos 2\varphi}.$$

Il vient donc, d'après (40),

$$(51)\qquad \psi = \varphi_1 - \varphi_2 - \pi.$$

D'une façon analogue, si nous considérons r_{ac} qui est donné par (37); nous trouverons à partir de (40)

$$\psi_0 = 2\varphi - \varphi_2 - \varphi_1.$$

Mais ψ_0 peut s'écrire

$$\psi_0 = 2(\varphi - \varphi_2) + \varphi_2 - \varphi_1,$$

ce qui donne en utilisant (46) et (51) :

$$(52)\qquad \psi_0 = 2\eta - \psi - \pi.$$

Les formules (40) et (41) donnent alors

$$(53)\qquad \left\{ \begin{aligned} R &= \rho \left[e^{-j(2\eta - \psi - \pi)} + \frac{(1 - \rho^2)\, e^{-j(2\Phi - 2\eta + \psi)}}{1 - \rho^2 e^{-2j(\Phi + \psi)}} \right], \\ R &= 2\rho \frac{\sin(\Phi + \psi)}{1 - \rho^2 e^{-2j(\Phi + \psi)}}\, e^{-j\theta}, \end{aligned} \right.$$

avec

$$(54)\qquad \theta = \psi + \psi_0 + \Phi - \frac{\pi}{2}.$$

Le dénominateur peut se mettre sous la forme

$$\sqrt{(1 - \rho^2)^2 + 4\rho^2 \sin^2(\Phi + \psi)}\, e^{j\alpha},$$

avec

$$\operatorname{tg}\alpha \frac{\rho^2 \sin 2(\Phi + \psi)}{1 - \rho^2 \cos 2(\Phi + \psi)}.$$

Ceci donne

$$(55)\qquad \boxed{ \begin{gathered} R = 2\rho \frac{\sin(\Phi + \psi)}{\sqrt{(1 - \rho^2)^2 + 4\rho^2 \sin^2(\Phi + \psi)}}\, e^{-j\Phi_{ca}}, \\ \text{avec} \\ \Phi_{ca} = \Phi + \psi + \psi_0 + \alpha - \frac{\pi}{2}. \end{gathered} }$$

On peut en déduire le coefficient de transmission en puissance

$$(56)\qquad |T|^2 = 1 - |R|^2 = \frac{(1-\rho^2)^2}{(1-\rho^2)^2 + 4\rho^2 \sin^2(\Phi + \psi)}.$$

2.5. Transmission et réflexion par un double sandwich.

Nous considérerons seulement le cas d'un système symétrique, dont le schéma est donné par la figure 9. Si nous supposons que les deux sandwiches sont

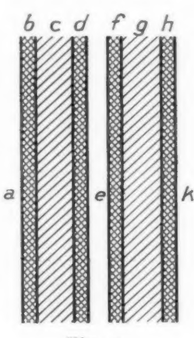


Fig. 9.

séparés par un milieu (*e*), nous obtenons en opérant comme nous l'avons fait pour un sandwich simple :

$$(57)\qquad t_{ak} = \frac{t_{ae} t_{ek} F_e}{1 - r_{ea} r_{ek} F_e^2},$$

où F_e joue ici le même rôle que Q dans (28). Dans la pratique, les deux sandwiches sont accolés et F_e est égal à 1.

En utilisant l'équation (31), nous trouvons facilement que le coefficient de transmission en puissance est

$$(58)\qquad |t_{ak}|^2 = \frac{(1 - |r_{ea}|^2)(1 - |r_{ek}|^2)}{1 + |r_{ea}|^2 |r_{ek}|^2 - 2|r_{ea}||r_{ek}|\cos(\Phi_{ea} + \Phi_{ek})}.$$

Par suite de la symétrie

$$r_{ea} = r_{ek}$$

et

$$\Phi_{ea} = \Phi_{ek},$$

(58) s'écrit alors

$$|t_{ak}|^2 = \frac{[1 - |r_{ea}|^2]^2}{1 + |r_{ea}|^4 - 2|r_{ea}|^2 \cos 2\Phi_{ea}}.$$

Mais r_{ea} et Φ_{ea} sont les valeurs relatives au sandwich simple et sont donnés par les formules (55) et (56). (58) s'écrit donc

$$|t_{ak}|^2 = \frac{|T|^4}{1 + |T|^4 - 2|T|^2 \cos 2\Phi_{ea}},$$

où Φ_{ea} est donné par (55).

Ceci peut aussi s'écrire

$$(59)\qquad |t_{ak}|^2 = \frac{|T|^4}{|T|^4 + 4[1 - |T|^2]\sin^2\Phi_{ea}}$$

et l'on en déduit le coefficient de réflexion en puissance

$$(60)\qquad |r_{ak}|^2 = \frac{4[1 - |T|^2]\sin^2\Phi_{ea}}{|T|^4 + 4[1 - |T|^2 \sin^2\Phi_{ea}}$$

ou encore

$$(61)\qquad |r_{ak}|^2 = \frac{4|R|^2 \sin^2\Phi_{ea}}{[1 - |R|^2]^2 + 4|R|^2 \sin^2\Phi_{ea}}.$$

L'examen de (59) et de (61) montre que le coefficient de transmission en puissance est égal à l'unité quand

$$|R| = 0$$

et

$$\Phi_{ea} = K\pi,$$

où K est un entier positif.

Cette dernière relation s'écrit à partir de (55)

$$(62)\qquad \Phi + \psi + \psi_0 + \alpha = \pi\left(K + \frac{1}{2}\right).$$

C'est là une propriété très intéressante du double sandwich sur laquelle nous reviendrons.

2.6. Généralisation à un nombre pair de sandwiches.

Soit S un système symétrique caractérisé par un coefficient de transmission T_S et un coefficient de réflexion R_S. S peut être un sandwich simple, ou un double sandwich, ou un dispositif complexe.

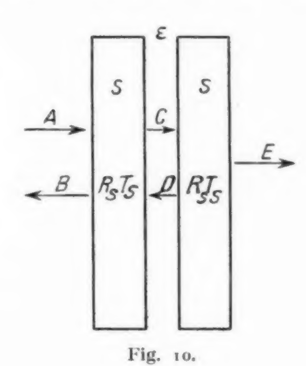


Fig. 10.

Nous plaçons deux systèmes S côte à côte, conformément à la figure 10, et nous nous proposons de déterminer les coefficients de transmission et de réflexion de l'ensemble.

Nous appliquons toujours la méthode utilisée dans

le cas d'un sandwich simple. Il vient

$$B = AR_S + DT_S,$$
$$C = AT_S + DR_S,$$
$$D = C_q R_q,$$
$$E = C_q T_S,$$

avec

$$q = e^{-j\frac{2\pi z}{\lambda}\sqrt{K_e - \sin^2\theta_0}}.$$

Avec les mêmes méthodes de calcul que précédemment, on trouve

$$C = \frac{AT_S}{1 - R_S^2 q^2}$$

et

$$E = \frac{AqT_S^2}{1 - R_S^2 q^2}.$$

En fait, la distance entre les deux systèmes S est toujours nulle et $q = 1$. Dans ces conditions, le coefficient de transmission en amplitude s'écrit

$$(63) \qquad \tau = \frac{E}{A} = \frac{T_S^2}{1 - R_S^2}.$$

D'une façon générale, R_s est une quantité complexe et s'écrit

$$(64) \qquad R_S = |R_S|\, e^{-j\Phi_R}.$$

En utilisant le fait que dans un système symétrique R_s et T_s sont en quadrature, T_s tiré de la formule (32) que nous rappelons

$$(32) \qquad T_S = \sqrt{1 - |R_S|^2}\, e^{-j\left(\Phi_R - \frac{\pi}{2}\right)},$$

(63) s'écrit alors

$$\tau = \frac{E}{A} = \frac{(1 - |R_S|^2)\, e^{-j(2\Phi_R - \pi)}}{1 - |R_S|^2\cos 2\Phi_R + j\,|R_S|^2 \sin 2\Phi_R},$$

$$(65) \qquad \tau = \frac{E}{A} = \frac{(1 - |R_S|^2)\, e^{-j(2\Phi_R - \pi)}}{\sqrt{1 + |R_S|^4 - 2\,|R_S|^2\cos 2\Phi_R}\; e^{j\beta}},$$

avec

$$(66) \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{|R_S|^2 \sin 2\Phi_R}{1 - |R_S|^2\cos 2\Phi_R}.$$

L'angle de phase de τ est donc $(2\,\Phi_R - \pi + \beta)$ tandis que l'angle de phase du coefficient de réflexion global, qui est en quadrature avec τ puisque l'ensemble est symétrique, est

$$2\Phi_R - \frac{\pi}{2} + \beta.$$

La formule (65) montre que τ sera égal à 1 en amplitude quand

$$R_S = 0$$

ou

$$\cos 2\Phi_R = 1, \qquad \text{soit} \quad \Phi_R = K\pi,$$

où K est un entier positif.

Nous avons déjà trouvé ces relations dans le cas du double sandwich où R_s était le coefficient de réflexion de l'un des sandwiches, c'est-à-dire R, et où Φ_R était Φ_{ea}, ces deux valeurs étant données par la formule (55).

Supposons maintenant que nous ayons quatre sandwiches côte à côte. Le R_s de la formule (65) devient le coefficient de réflexion $|r_{ak}|$ de la formule (61), tandis que le Φ_R devient l'angle de phase (Φ_{ak}) de ce coefficient d'après (64). Or, r_{ak} est similaire à τ et l'angle de phase est de la forme $\left(2\,\Phi_R - \frac{\pi}{2} + \beta\right)$, où Φ_R est l'angle de phase du coefficient de réflexion d'un simple sandwich, c'est-à-dire Φ_{ea}, et où β est donné par (66) dans laquelle R_s est $[r_{ak}]$.

Pour un quadruple sandwich, nous aurons donc

$$(67) \qquad \tau = \frac{[1 - |r_{ak}|^2]\, e^{-j(2\Phi_{ak} - \pi)}}{\sqrt{1 + |r_{ak}|^4 - 2\,|r_{ak}|^2\cos 2\Phi_{ak}}\; e^{j\beta}}.$$

avec

$$(68) \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{|r_{ak}|^2 \sin 2\Phi_{ak}}{1 - |r_{ak}|^2\cos 2\Phi_{ak}}$$

et

$$(69) \qquad \Phi_{ak} = 2\Phi_{ea} - \frac{\pi}{2} + \gamma.$$

avec

$$(70) \qquad \operatorname{tg}\gamma = \frac{|R|^2 \sin 2\Phi_{ea}}{1 - |R|^2\cos 2\Phi_{ea}},$$

où R et Φ_{ea} sont tirés de (55).

Finalement il apparaît que τ est uniquement fonction de R et de Φ_{ea} puisque $[r_{ak}]$ et Φ_{ak} sont eux-mêmes des fonctions de ces deux valeurs. Le coefficient de transmission global est égal à l'unité quand

$$|r_{ak}| = 0$$

ou

$$\Phi_{ak} = K\pi.$$

Nous avons vu que $[r_{ak}]$ était nul pour $[R] = 0$ et $\Phi_{ea} = K\pi$, ce qui donnait la relation (62), à savoir

$$\Phi + \psi + \psi_0 + \alpha = \pi\left(K + \frac{1}{2}\right).$$

Cette relation et la relation $[R] = 0$ étaient les conditions de transmission unité dans le cas d'un double sandwich.

Dans le cas d'un quadruple sandwich, il s'y ajoute la condition

$$\Phi_{ak} = K_1\pi.$$

C'est-à-dire à partir de (69)

$$2\Phi_{ea} + \gamma = \pi\left(K_1 + \frac{1}{2}\right),$$

soit

$$(71)\qquad \Phi_{ea} = \frac{\pi}{2}\left(K_1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{\gamma}{2}.$$

Or pour que $[r_{ab}]$ soit nul, il nous faut

$$\Phi_{ea} = K\pi,$$

ce qui porté dans (71), nous donne

$$(72)\qquad \left\{\begin{array}{l} \gamma = 2K\pi - \pi\left(K_1 + \frac{1}{2}\right), \\ \gamma = \pi\left(2K - K_1 + \frac{1}{2}\right). \end{array}\right.$$

3. DÉTERMINATION D'UN SANDWICH A LA TRANSMISSION.

Le calcul peut être fait à partir de la formule (56); on voit que $[T]$ dépend uniquement de ρ; ψ et Φ. Pour un type de « peau » déterminé (épaisseur et constante diélectrique connues) ρ et ψ sont donnés en fonction des angles d'incidence par les formules (42) et (44) et le seul paramètre disponible est Φ, donné par la formule (21) et dépendant de l'incidence, de la constante diélectrique et de l'épaisseur de l'âme. La constante diélectrique est déterminée par la nature du matériau, de telle sorte que le seul paramètre restant à la disposition du constructeur est l'épaisseur de l'âme D. Si l'on examine la formule (56), on s'aperçoit qu'il existe toujours une valeur de Φ, donc une épaisseur d'âme, qui rend le coefficient de transmission égal à l'unité pour un angle d'incidence donné.

Comme Φ intervient dans un sinus, il existe en principe une infinité d'épaisseurs qui satisfont à la transmission unité. On dit que le sandwich est d'ordre 1, 2, 3, ... selon que l'épaisseur adoptée correspond à un angle $(\Phi + \psi)$ de π, 2π, 3π, etc.

Le calcul montre que T reste voisin de 1 pour une gamme assez étendue d'angles d'incidences et que le sandwich qui admet les angles d'incidences les plus élevées est le sandwich d'ordre 1, l'angle d'incidence maximum admissible diminuant quand l'ordre du sandwich augmente. Du point de vue de la transmission, il est donc avantageux de choisir un sandwich du premier ordre. Cependant, il peut se faire que la résistance mécanique soit insuffisante et dans ces conditions on pourra utiliser soit un double sandwich, soit un sandwich du second ordre, selon que les angles d'incidence seront plus ou moins élevés. Pour un radome à incidence quasi normale, le sandwich du deuxième ordre pourra généralement convenir tandis qu'avec un radome très profilé il faudra avoir recours au double sandwich.

Ainsi que nous l'avons dit ci-dessus, la détermination du sandwich doit commencer par le calcul de ψ et de ρ à partir des formules (42) et (44).

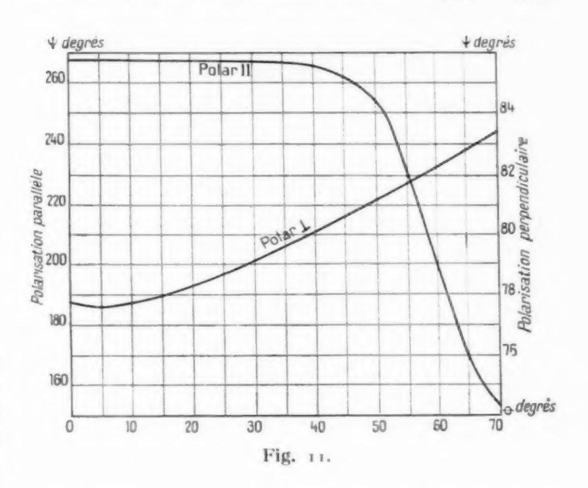


Fig. 11.

Les figures 11 et 12 donnent les variations de ces éléments en fonction des angles d'incidences, avec les deux types de polarisation, pour une feuille de matériau stratifié verre-résine de 3,75 de constante diélectrique et de 9,5/10e d'épaisseur.

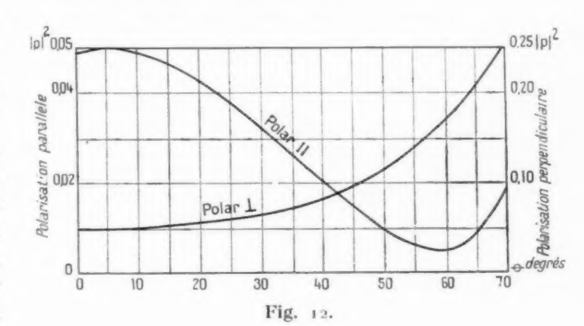


Fig. 12.

ψ étant déterminé, il est possible de calculer l'épaisseur d'âme D qui annule R ou qui donne $[T]^2 = 1$ en utilisant les formules (55) ou (56) et la formule (21). L'examen de (55) et de (56) montre que $R = 0$ et $[T]^2 = 1$ pour $\sin(\Phi + \psi) = 0$ ainsi que nous l'avons dit ci-dessus.

Le sandwich du premier ordre correspond en principe à

$$\Phi_1 = 180^\circ - \psi$$

et le sandwich du deuxième ordre à

$$\Phi_2 = 360^\circ - \psi.$$

Pour un sandwich d'ordre donné, il est possible,

en utilisant les courbes de la figure 11, de tracer les valeurs de D en fonction de θ qui rendent le coefficient de transmission égal à 1. C'est ce qui a été fait à la figure 13.

Les courbes sont évidemment différentes dans les deux polarisations et une remarque s'impose

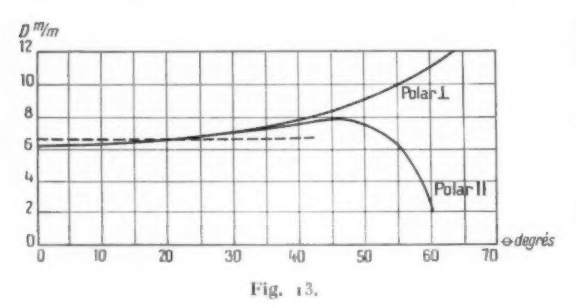


Fig. 13.

quant au numéro d'ordre du sandwich. Dans l'exemple que nous avons choisi, nous voyons d'après la figure 11 que la plus petite valeur de D est fixée par la condition

$$\Phi = 180 - \psi$$

pour la polarisation perpendiculaire, et par la condition

$$\Phi = 360 - \psi$$

pour la polarisation parallèle.

On pourrait alors dire que le sandwich est du premier ordre dans le premier cas et du deuxième ordre dans le second.

Tout ceci est évidemment arbitraire. Nous conviendrons d'appeler sandwich du premier ordre celui qui correspond aux plus petites valeurs positives de D dans la gamme des angles d'incidence envisagée. Le sandwich du second ordre sera celui qui correspondra aux valeurs immédiatement supérieures. Dans notre exemple, il serait donné par

$$\Phi = 360 - \psi$$

pour la polarisation perpendiculaire, et par

$$\Phi = 540 - \psi$$

pour la polarisation parallèle.

Les valeurs de D ayant ainsi été tracées (*fig.* 13), il sera toujours possible de choisir une valeur moyenne pour se fixer l'épaisseur de l'âme. Cette façon de procéder, bien qu'approximative, donne généralement une précision suffisante. Il est en effet indispensable de ne pas s'en tenir aux résultats du calcul et d'exécuter quelques panneaux d'épaisseurs d'âmes légèrement différentes afin de tenir compte des éléments négligés dans le calcul : pertes dans les matériaux, non-homogénéité de ceux-ci, colle ou zone de transition entre l'âme et les peaux. C'est donc un relevé expérimental de la courbe de transmission qui fixe en définitive le choix de l'épaisseur de l'âme; celle-ci diffère d'ailleurs assez peu de l'épaisseur choisie sur la figure 13 et le calcul est toujours nécessaire pour dégrossir le problème.

La figure 14 donne les courbes de transmission calculées par la formule (56) avec la valeur moyenne $D = 6{,}5$ mm choisie sur la figure 13.

Si le sandwich ainsi déterminé fait partie d'un double sandwich, la transmission de ce dernier peut être calculée à partir de la formule (59); celle-ci

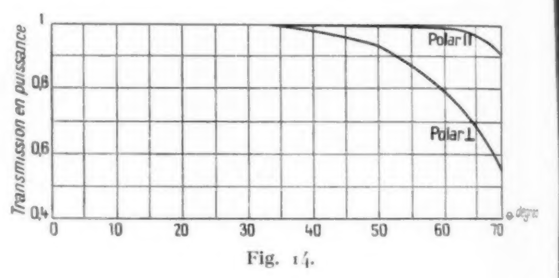


Fig. 14.

cependant fait intervenir Φ_{ea}, donné par (55). Φ_{ea} est fonction de Φ, ψ et ψ_0. Les deux dernières phases ψ et ψ_0, ne dépendent que du matériau constituant les peaux, et de l'épaisseur de celles-ci : nous n'en sommes donc pas maîtres dans la plupart des cas. Par contre Φ, c'est-à-dire l'épaisseur de l'âme peut être modifiée. Nous voyons en effet que nous devons avoir

$$\Phi = k_1 \pi - \psi$$

pour le sandwich, et

$$\Phi = k_2 \pi - \left[\psi + \psi_0 + \alpha - \frac{\pi}{2}\right]$$

pour le double sandwich.

Ces conditions ne sont pas incompatibles et en s'arrangeant pour que la première soit respectée aux faibles incidences et que la seconde soit respectée aux incidences élevées, il est possible de réaliser des doubles sandwiches présentant une excellente transmission sur une plage très étendue d'angles d'incidence, ce qui permet de réaliser des radomes très allongés. Nous reviendrons ultérieurement sur cette question ainsi que sur les erreurs de réfractions provoquées par les radomes.

4. CONCLUSION.

La théorie et les méthodes que nous venons d'exposer permettent de déterminer les dimensions des sandwiches simples ou multiples à partir de calculs relativement faciles. Toutefois, nous ne nous sommes intéressés qu'à la transmission du radome et n'avons pas considéré la distorsion qu'il apporte au front d'onde : nous reviendrons ultérieurement sur ces erreurs de réfraction qui ont leur importance dans le cas d'aériens de poursuite automatique.

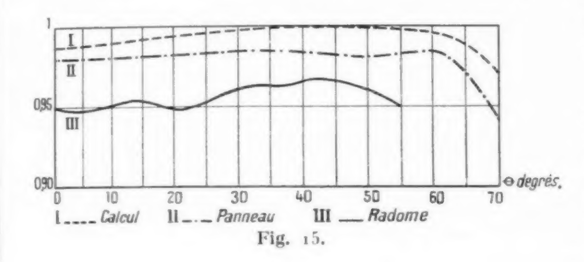


Fig. 15.

Les résultats obtenus concordent bien avec l'expérience, ainsi que le montre la figure 15. Sur cette figure ont été tracées, pour un sandwich avec âme en nid d'abeille :

— la courbe de transmission calculée;

— la courbe de transmission relevée sur un panneau d'essai;

— la courbe de transmission relevée sur un radome d'avion supersonique.

Si l'on considère que la courbe calculée néglige les pertes dans les matériaux, ce qui a pour effet de décaler légèrement vers le bas les courbes relevées, sur échantillons, la concordance des courbes I et II est remarquable. En ce qui concerne la courbe III, relevée sur le radome, il convient de remarquer que les mesures sont faites dans des conditions différentes, les angles θ n'étant pas des angles d'incidence à proprement parler, mais étant les angles d'inclinaison de l'antenne à l'intérieur du radome.

Si l'on considère, en première approximation, que l'antenne envoie sur celui-ci un faisceau de rayons parallèles, puisque le faisceau occupe une largeur notable du radome lequel est fortement profilé, chaque angle θ de la courbe III correspond à tout un lot d'angles d'incidence. En fait les courbes I et II ne sont donc pas comparables à la courbe III. Nous avons tracé celle-ci pour illustrer les résultats obtenus.

Nos calculs et nos relevés ont été effectués à 9,375 Mc/s; nous avons vérifié que les transmissions étaient pratiquement identiques sur une plage de $\pm$ 300 Mc/s autour de cette fréquence.

Il apparaît donc que les méthodes utilisées sont parfaitement justifiées.

CONTRÔLE SIMPLIFIÉ DE LA SENSIBILITÉ SPECTRALE DES PHOTOCATHODES

PAR CH. DUFOUR,

Département « Électronique » du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Après avoir indiqué les avantages pratiques de l'emploi de filtres interférentiels monochromatiques pour le relevé de la sensibilité d'une cellule photoélectrique en fonction de la longueur d'onde, l'auteur rappelle les propriétés des filtres de Fabry-Pérot et des filtres multidiélectriques afin de mieux choisir les combinaisons requises par le problème posé. Un appareillage de laboratoire est ensuite décrit; à titre d'exemple, les résultats expérimentaux sont donnés pour une photocathode argent-cæsium* (*C. D. U. :* 621.383).

SUMMARY. — *After enumerating the practical advantages obtained by the use of monochromatic interference filters for the determination of the sensitivity of a photo-cell in terms of the wavelength, the author mentions the properties of the Fabry-Pérot and of multi-layer dielectric filters in order that the best combinations may be chosen to suit a particular problem. He then describes some laboratory equipment; as an example, experimental results are given for a silver-cæsium photo-cathode* (*U. D. C. :* 621.383).

1. INTRODUCTION.

1.1. La mesure précise de la sensibilité S_λ d'une cellule photoélectrique en fonction de la longueur d'onde pour un flux lumineux incident monochromatique d'énergie constante, demeure une opération de laboratoire délicate, malgré les progrès récents des appareillages spectrophotométriques à prisme ou à réseau.

Qu'il s'agisse de la comparaison de la cellule à un récepteur non sélectif (bolomètre, pile thermoélectrique) ou de la méthode utilisant une lampe étalon de luminance monochrome connue devant un monochromateur de dispersion connue pour produire le flux constant d'étalonnage, les causes d'erreur sont nombreuses pour un expérimentateur non averti.

Comme, de plus, les mesures sont assez longues, il n'est pratiquement pas possible, en fabrication, de tracer la courbe de sensibilité S_λ de toutes les photocathodes.

1.2. L'emploi des filtres interférentiels commercialisés depuis quelques années autorise au contraire une méthode simplifiée de tracé par points de S_λ, par comparaison à une cellule soigneusement étalonnée.

Les avantages sont les suivants :

— suppression des vérifications périodiques d'étalonnage du monochromateur;

— obtention directe sans correction de S_λ;

— flux utiles plus importants, d'où moins grande amplification nécessaire;

— très grande rapidité des mesures (quelques minutes pour toute la courbe);

— possibilité d'enregistrement sans appareillage complexe;

— appareillage peu coûteux;

— fonctionnement assuré par un personnel non spécialisé sans risques d'erreur.

1.3. Nous indiquerons tout d'abord à quelles exigences doivent satisfaire les filtres utilisés, puis, après un rappel des propriétés des filtres de Fabry-Pérot ainsi que des multidiélectriques, comment effectuer pour chaque longueur d'onde le choix de la combinaison convenable.

Au cours de cet exposé, nous prendrons comme exemple le relevé de la sensibilité spectrale de la

photocathode Ag-Cs, qui présente un intérêt particulier, la courbe $S_\lambda = f(\lambda)$ présentant un maximum dont la position varie notablement suivant les conditions d'activation.

Dans une dernière partie, nous décrirons l'appareillage de laboratoire qui nous a déjà permis de comparer très rapidement différentes cellules Ag-Cs, mais dont les possibilités s'étendent à tous les types de photocathodes.

2. POSITION DU PROBLÈME.

2.1. Le premier choix à effectuer est celui du nombre de points nécessaires pour définir avec une précision donnée la courbe S_λ.

L'examen des courbes relatives aux photocathodes usuelles montre qu'elles présentent seulement un ou deux maxima; si nous nous intéressons à la réponse d'une cellule Ag-Cs entre 5 000 et 12 000 Å, une dizaine de points suffisent (*fig.* 1).

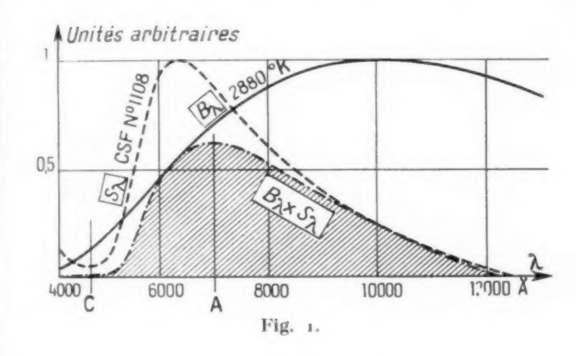


Fig. 1.

2.2. La sélectivité imposée à chaque filtre dépend de la courbure de $S_\lambda = f(\lambda)$ au voisinage de la longueur d'onde considérée. Vu les maxima très larges des courbes S_λ, la largeur de bande $\Delta\lambda = 100$ à 200 Å des filtres interférentiels usuels sera toujours suffisante.

2.3. La difficulté principale réside dans l'élimination de la lumière parasite transmise par les « pieds » de la courbe de transmission de chaque filtre. Pour fixer un ordre de grandeur, nous allons effectuer le calcul du « pied » T_m admissible sur le filtre idéal dont la courbe de transparence est figurée en 2. On supposera

$$T_{max} = 1 \quad \text{et} \quad \Delta\lambda = 100 \text{ Å}.$$

Nous avons tracé, sur la figure 1, les courbes S_λ (cellule n° 1108), B_λ (lampe à filament de tungstène) et le produit $B_\lambda S_\lambda$. La surface comprise entre cette dernière courbe et l'axe des abscisses est proportionnelle au courant débité par la photocathode éclairée sans interposition de filtre.

Une simple évaluation graphique de surfaces nous donne maintenant les valeurs de T_m, une fois fixé le taux de lumière parasite admissible. Comme nous désirons qu'elle ne cause pas plus de 1 % du courant mesuré, on trouve dans le cas le plus favorable :

$$\lambda = 7\,000 \text{ Å}, \qquad T_m < 2,5.10^{-5},$$

mais la condition est encore plus draconienne au-dessous de $\lambda = 5\,000$ Å où l'émission faible de la source correspond à un minimum de S_λ; il faut alors $T_m < 2.10^{-6}$.

3. CHOIX DES FILTRES

Les associations de filtres permettant de résoudre le problème posé sont théoriquement nombreuses; on peut calculer en effet par association de couches

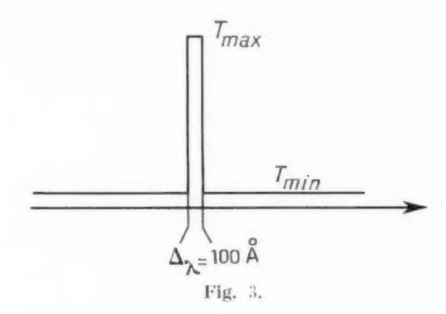


Fig. 3.

minces métalliques ou diélectriques de différentes épaisseurs, différents filtres dont la courbe de transparence répond aux conditions exigées.

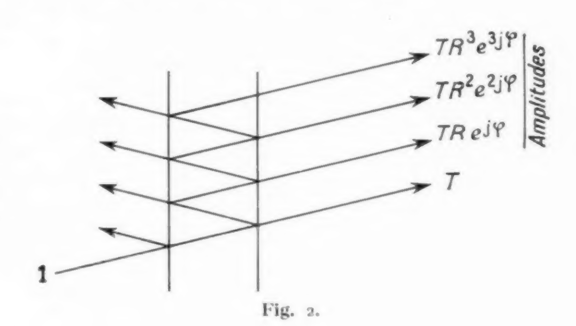


Fig. 2.

Nous nous bornerons à indiquer les solutions à partir de filtres maintenant classiques et commercialisés, des deux types suivants :

— Métal - diélectrique - métal (Fabry - Pérot) (M. B. M.);

— Multidiélectriques à couches alternées d'égale épaisseur optique (haut indice, bas indice) (HBHBH).

Les premiers sont les seuls à posséder en même temps une bonne sélectivité ($\Delta\lambda$ de 100 à 200 Å) et une densité optique supérieure à 2 dans un très grand domaine de longueur d'onde.

Les seconds permettent d'augmenter la densité optique hors de la bande passante du côté des grandes longueurs d'onde, alors que les gélatines ou verres colorés ne peuvent constituer d'écrans coupe-bande que vers les courtes longueurs d'onde.

3.1. Filtres « Métal-Diélectrique-Métal » de Fabry-Pérot.

3.1.1. Rappel des propriétés. — Si nous appelons T et R la transmission et le facteur de réflexion des miroirs semi-transparents, ne l'épaisseur optique et $p = \frac{2ne}{\lambda}$ l'ordre d'interférence, la transparence du filtre s'écrit.

$$\tau(\varphi) = \left| \frac{T}{1 - R e^{i\varphi}} \right|^2 = \left(\frac{T}{1 - R} \right)^2 \frac{1}{1 + 4h \sin^2 \frac{\varphi}{2}},$$

avec

$$\varphi = \frac{4\pi ne}{\lambda} \qquad \text{et} \qquad h = \frac{R}{(1 - R)^2}.$$

La résolution $\mathcal{R}\,\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ est fonction de l'ordre pour R donné

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = p \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R} \# \frac{3p}{1 - R} \qquad \text{pour} \quad R \geq 0{,}8.$$

Ici nous désirons par exemple $\Delta\lambda = 150$ Å pour $\lambda = 6\,000$ Å, soit $\mathcal{R} = 40$, résultat facile à obtenir au moyen d'un filtre du 2e ordre $p = 2$; $R = 0{,}85$ (couches semi-transparentes d'argent).

Nous allons nous demander si, à résolution égale, il est plus avantageux d'utiliser un filtre unique à facteur de réflexion élevé ou deux filtres en série, chacun possédant alors des couches plus transparentes.

De plus, nous déterminerons l'ordre d'interférence qui résout au mieux pour chaque longueur d'onde le problème posé.

3.1.2. Nécessité de deux filtres en série. — La lumière parasite transmise hors de la bande étudiée reste toujours trop importante pour un seul filtre quel que soit le facteur de réflexion. L'augmentation de ce facteur réduit en effet la largeur de bande, donc l'énergie transmise, dans les mêmes proportions que les radiations parasites (on trouvera la démonstration Annexe 1). Au contraire, le rapport $\frac{\text{signal utile}}{\text{signal parasite}}$ croît en gros comme $\frac{1}{1 - R}$ quand on utilise deux filtres identiques en série, à condition naturellement d'éliminer les réflexions multiples indésirables entre les deux filtres.

Il est facile de déterminer le facteur de réflexion R du filtre unique de même résolution qu'un ensemble de deux filtres de facteur de réflexion R' en confondant le pic de transmission de $\tau(\varphi)$ avec les fonctions

$$\frac{1}{1 + h\varphi^2} \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{1}{1 + h'\varphi^2} \right)^2$$

respectivement pour un et deux filtres successifs.

L'égalité des résolutions pour $\frac{\tau_{max}}{2}$ s'écrit

$$\frac{1}{1 + h\varphi^2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{(1 + h'\varphi^2)^2},$$

d'où

$$\frac{h'}{h} = \sqrt{2} - 1;$$

comme $h = \frac{R}{(1 - R)^2}$ est directement lié à la résolution

$$\mathcal{R} = p \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R},$$

le rapport des résolutions sera

$$\frac{\mathcal{R}'}{\mathcal{R}} = \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 0{,}645 = \frac{1}{1{,}56}.$$

Nous pourrons remplacer un filtre unique

$$\Delta\lambda = 100 \text{ Å}$$

par une combinaison de deux filtres identiques de largeur de bande

$$(\Delta\lambda)' = 156 \text{ Å}.$$

3.1.2.1. *Transparence maximum d'une combinaison de deux filtres.* — Comme les couches d'argent présentent une certaine absorption qui dépend à la fois de leur épaisseur et de la longueur d'onde, nous ne pouvons déterminer cette transparence qu'à partir de données expérimentales [1]. La figure 4 donne, pour $\lambda = 5\,780$ Å, la transmission de l'énergie en fonction de la résolution pour un et deux filtres. Nous avons porté en ordonnées le logarithme du produit $\tau_{max}\,\Delta\lambda$ qui est proportionnel à l'énergie transmise dans la bande passante.

On voit que la transparence de la combinaison devient supérieure à celle du filtre unique au-delà de $R = 0{,}40$, c'est-à-dire pour $R' \geq 0{,}86$, ce qui correspond tout à fait aux caractéristiques des

filtres commercialisés et aux largeurs de bande désirées de l'ordre de 100 à 200 Å.

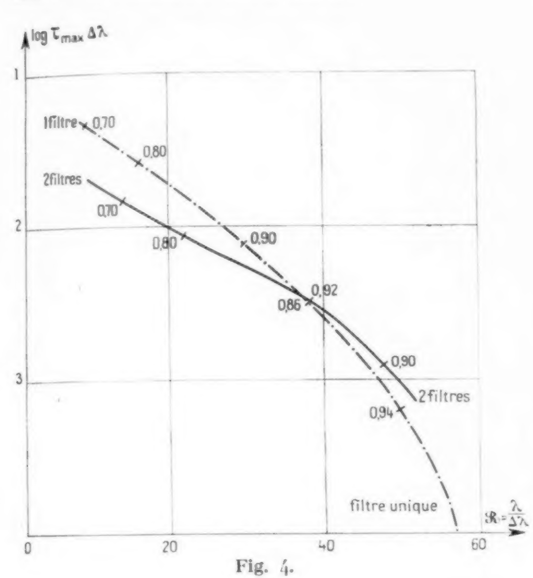


Fig. 4.

3.1.2.2. *Densité optique hors de la bande passante.* — Nous avons vu en 2.3 qu'une densité de l'ordre de 6 était nécessaire pour les courtes longueurs d'onde. Comme le rapport $\frac{\tau_{max}}{\tau_{min}}$ d'un double étalon de Fabry-Pérot s'écrit $\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^4$, nous trouvons $R = 0{,}94$, valeur déjà trop élevée pour obtenir une transmission convenable. Heureusement, les constantes optiques de l'argent varient avec la longueur d'onde dans le sens favorable et un miroir semi-transparent $R = 0{,}825$ et $T = 0{,}115$ pour $\lambda = 4\,650$ Å, a pour caractéristiques dans le rouge et proche infra-rouge

R.	*T.*	λ (Å).
0,917	0,04	6 880
0,93	0,03	9 000

(Ces nombres ont été déduits de la courbe de transmission du filtre n° 58 A.3 tracée expérimentalement dans notre laboratoire, voir *fig.* 5.)

L'augmentation de transparence du côté des courtes longueurs d'onde due aux propriétés des couches d'argent, ne présente aucun caractère de gravité car nous disposons d'un grand choix de verres colorés ou de filtres gélatine possédant une coupure brusque vers les fréquences élevées avec une excellente transparence dans la bande de transmission.

La figure 5 montre bien que les ordres de grandeur requis sont atteints à l'aide de la combinaison de deux filtres interférentiels de Fabry-Pérot Argent-Diélectrique-Argent.

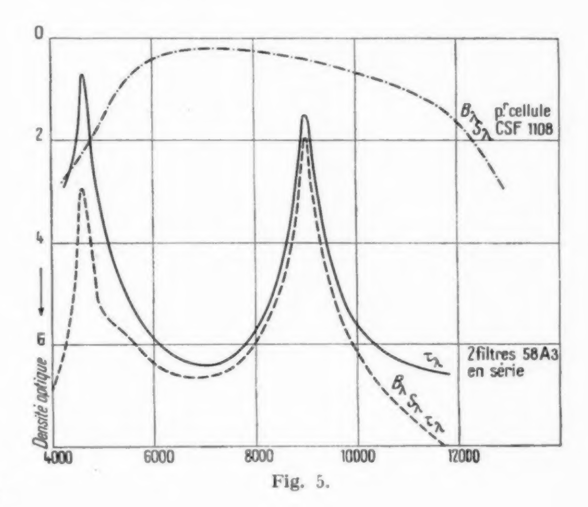


Fig. 5.

3.1.2.3. *Choix de l'ordre d'interférence.* — La longueur d'onde du pic de transmission est, à peu de chose près, inversement proportionnelle à l'ordre d'interférence. Ainsi le filtre 58 A.3 qui nous a servi dans l'exemple donné figure 5 a pour caractéristiques

	λ (Å).	Δλ (Å).	τ_{max}
1er ordre.......	9 100	210	0,19
2e ordre.......	4 650	140	0,43

Les écarts de proportionnalité proviennent du changement de phase à la réflexion sur les couches d'argent, ils peuvent être négligés en première approximation.

Dans l'application qui nous intéresse, nous voyons que le 2e ordre est interdit tant que le pic du 1er ordre tombe dans la zone de sensibilité de la cellule Ag-Cs. Nous ne pourrons donc utiliser des filtres du second ordre qu'au-dessus de $\lambda = 6\,000$ Å, à moins qu'un filtre supplémentaire du type multidiélectrique ne vienne convenablement couper la bande de transmission indésirable.

3.2. Filtres d'appoint multidiélectriques.

Nous pouvons accroître la densité optique dans de larges domaines, de l'ordre de 2 000 à 3 000 Å sans diminuer de façon sensible la transparence pour la bande de transmission principale à l'aide de couches multiples haut indice-bas indice, d'égale épaisseur optique. Les matériaux actuellement uti-

lisés pour la préparation de telles couches (miroirs dichroïques pour TV couleur, filtres anticalorifiques) sont en général le sulfure de zinc ($N = 2,3$) et la cryolithe ($n = 1,38$).

L'étude, par voie matricielle de la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu stratifié [2], nous a permis de déterminer complètement la courbe de transparence des couches multiples du type HBHBHBH pour des filtres à 9, 11, 13,

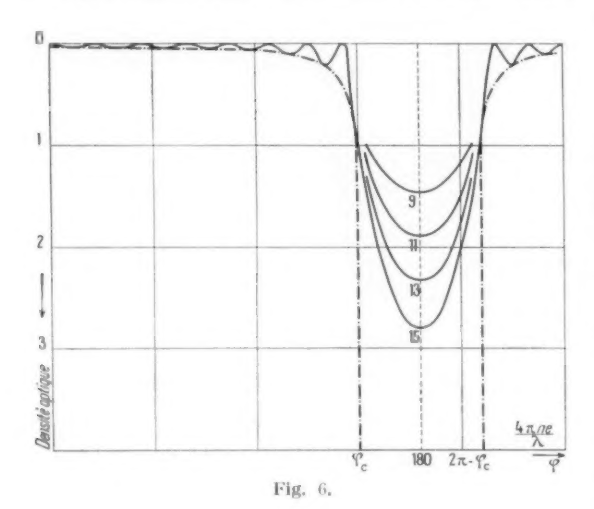


Fig. 6.

15 couches cryolithe-sulfure de zinc sous incidence normale (*voir* Annexe 2). La figure 6 donne la densité optique : colog τ en fonction de $\varphi = \pi \frac{\lambda_0}{\lambda}$. Comme chaque couche élémentaire a pour épaisseur optique $\frac{\lambda_0}{4}$, il est facile de transposer la courbe pour n'importe quelle valeur de λ_0.

Rappelons les résultats généraux qui facilitent le tracé de $\tau = f(\lambda)$ [3].

3.2.1. Pour des matériaux donnés, toutes les courbes de transmission admettent la même enveloppe, quel que soit le nombre de couches élémentaires (sur la figure 6, courbe - — - — - —).

La phase critique φ_c qui détermine les limites de la bande de réflexion nous intéresse particulièrement, puisque c'est dans cette bande que nous trouverons le maximum de densité optique

$$\varphi_c = 2 \arcsin \frac{2\sqrt{Nn}}{N+n} = 150°.$$

Par exemple pour $\lambda_0 = 9\,200$ Å, l'intervalle φ_c, $2\pi - \varphi_c$ couvre de 8 000 à 11 000 Å.

3.2.2. La densité optique maximum colog $\tau_{min} = D_{max}$ s'exprime simplement pour un nombre de couches élevé [4]

$$D_{q+k} = D_q + k \log \frac{N}{n},$$

$q + k$ étant le nombre total de couches.

Pour les couches considérées ici, on augmente la densité D_{max} de $2 \log \frac{2,3}{1,38} = 0,44$ chaque fois qu'on ajoute une double couche SZn-Cryolithe. Par exemple

$$D_{17} = D_{15} + 0,44 = 3,24.$$

3.2.3. Le nombre de minima de transmission, quand φ varie de 0 à 2π, est égal au nombre de couches, mais, sauf au voisinage immédiat de φ_c, ces minima sont très peu accusés et nous n'en tiendrons pas compte, c'est la raison pour laquelle nous n'avons tracé, sur la figure 6, la courbe complète que dans le seul exemple du filtre à 15 couches.

On peut remarquer que le domaine de longueurs d'onde dans lequel la densité optique est inférieure à 0,2 reste très étendu

$$0 < \varphi < 115° \qquad \text{et} \qquad 245° < \varphi < 360°.$$

Il sera par suite possible, comme nous l'indiquions au début de ce paragraphe, de supprimer la lumière parasite dans une zone sans affecter sensiblement la sensibilité du système. En particulier, on pourra, au moyen d'un tel filtre multidiélectrique affaiblir le pic de transmission du 1er ordre ce qui permettra d'utiliser, si on le désire, la bande passante du second ordre d'un filtre de Fabry-Pérot.

3.3. Association de filtres interférentiels [1].

Nous sommes maintenant en mesure de prévoir rapidement les combinaisons de filtres Métal-Diélectrique-Métal et multidiélectriques pour obtenir un résultat donné (sous incidence normale). Par exemple, nous voyons que la réponse spectrale d'une cellule Ag-Cs entre 4 500 et 12 000 Å peut être relevée très correctement au moyen de filtres interférentiels monochromatiques de largeur de bande 100 à 200 Å. On utilisera :

— soit deux filtres identiques du type Ag-Diélectrique-Ag;

— soit deux filtres Ag-Diélectrique-Ag complétés

[1] *N. B.* — Signalons que les résultats calculés à partir des propriétés de chaque filtre composant ne sont pas atteints si les filtres sont accolés sans précaution, à cause des réflexions multiples parasites. Elles pourront être atténuées par l'interposition d'un verre ou d'une gélatine légèrement absorbants.

par un ou deux filtres multidiélectriques SZn-Cryolithe à 13 ou 15 couches.

Dans le cas le plus difficile : filtres du second ordre vers 4 500 Å, la figure 7 nous montre l'élimi-

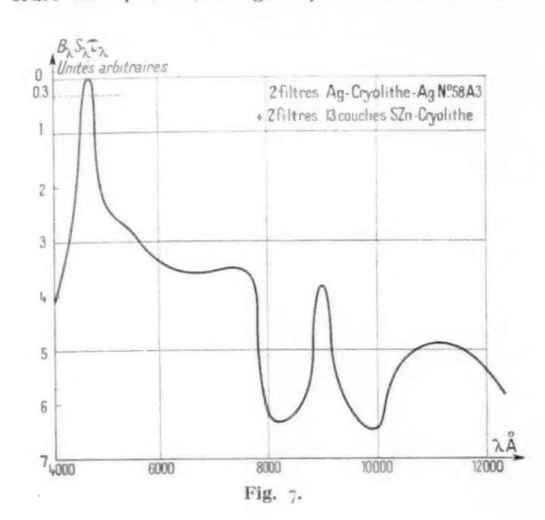


Fig. 7.

nation du pic du 1er ordre par deux filtres 13 couches diélectriques, en $\frac{\lambda_0}{4}$ pour 9 000 Å.

4. RÉALISATION D'UN SPECTROPHOTOMÈTRE SIMPLIFIÉ.

4.1. Principe de la mesure.

On envoie successivement des flux monochromatiques sur une cellule étalonnée K, de S_λ connue, puis sur la cellule à étudier K' afin de tracer S'_λ. On ajuste expérimentalement les flux à partir de la cellule étalon, de façon à obtenir pour chaque longueur d'onde un courant photoélectrique proportionnel à S_λ ; on obtient alors directement par substitution de K' à K les valeurs de S'_λ cherchées sans aucune correction.

4.2. Réalisation.

Une lampe à filament de tungstène, dont la température de couleur est maintenue constante éclaire un verre dépoli circulaire de diamètre 12 mm AB (*fig.* 8). L'image A'B' de AB se forme sur la photocathode K de la cellule photoélectrique au moyen du collimateur L_1 et de l'objectif L_2 entre lesquels se trouvent les filtres monochromatiques F portés par un disque à 12 positions T.

On dispose de deux méthodes pour ajuster les flux :

— l'addition de verres ou de gélatines de densité optique convenable ;

— la réduction de l'ouverture utile par adjonction à chaque filtre d'un diaphragme circulaire de diamètre ajustable D.

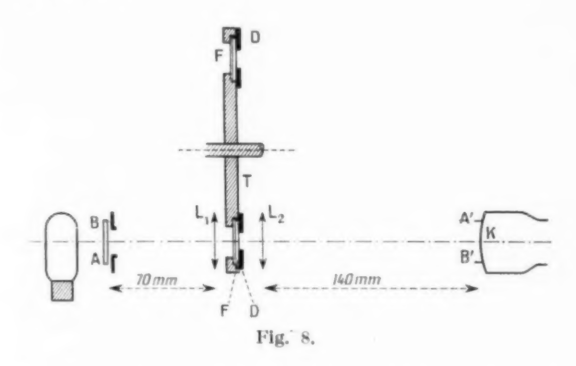


Fig. 8.

La première solution reste valable, même si l'éclairement de la pupille n'est pas uniforme ; la seconde est plus commode.

En pratique, on pourra utiliser les deux procédés, l'ajustement du diaphragme D étant réservé au réglage fin.

La figure 9 représente le montage de Laboratoire réalisé. On reconnaît de gauche à droite : la source, une première console qui porte le collimateur, le

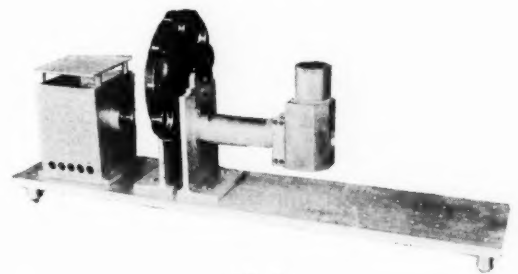


Fig. 9.

disque à filtres, la console porte-objectif et la boîte à cellule. Une mosaïque de trous taraudés dans la platine permet de fixer rapidement différents types de cellules sur l'appareil.

4.3. Résultats.

4.3.1. Nous avons essayé différentes photocathodes Ag-O-Cs à l'aide d'un disque comportant les filtres suivants :

$$\lambda = \begin{cases} 5\,055, & 5\,560, & 6\,620, & 7\,300, & 7\,600, \\ 8\,270, & 9\,180, & 9\,600, & 10\,400, & 11\,000 \text{ Å} \end{cases}$$

Avant chaque mesure, l'étalonnage de l'appareil était vérifié au moyen de la cellule étalon (courbe I, *fig.* 10). La photocathode à contrôler était ensuite substituée à la précédente (courbe II). Il est très facile d'obtenir une bonne reproductibilité des

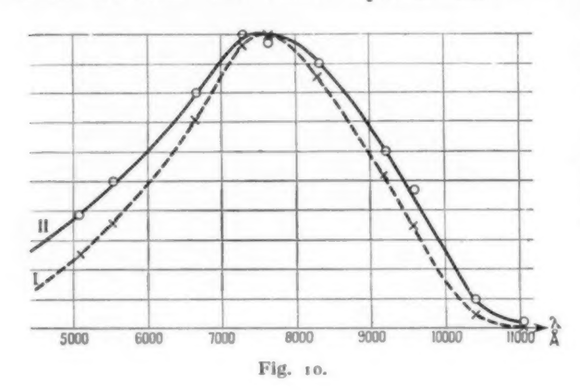


Fig. 10.

résultats à mieux que 5 % près si le courant dans la lampe source est bien régulé (à mieux que 0,5 % près). La précision en valeur absolue de la courbe S_λ ainsi tracée dépend beaucoup plus de la précision de l'étalonnage préalable de la sensibilité S_λ' de l'étalon que des mesures effectuées sur le spectrophotomètre simplifié que nous venons de décrire.

4.3.2. Il est possible de rendre automatique à peu de frais le tracé de la courbe S_λ de la manière suivante :

— Le courant photoélectrique est inscrit, après amplification, au moyen d'un enregistreur usuel, en fonction du temps;

— Un filtre est substitué au précédent (rotation de 1/12e tour du disque T) au bout d'un temps proportionnel à la différence de longueur d'onde des deux filtres successifs;

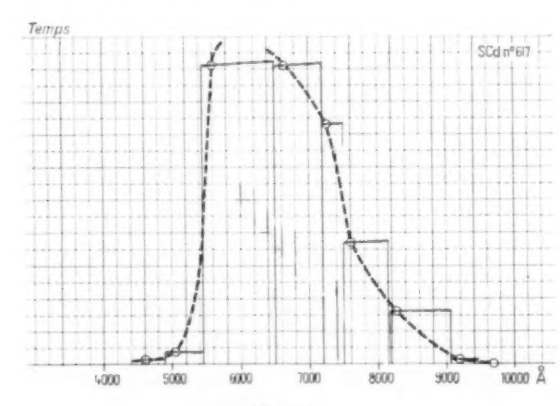


Fig. 11.

— On obtient ainsi un certain nombre de paliers dont les extrémités sont situées sur la courbe S_λ cherchée.

En pratique, il sera inutile d'imposer à la loi de rotation du disque une précision superflue; il suffira que toutes les abscisses représentant les longueurs d'onde des filtres soient comprises à l'intérieur des paliers correspondants.

La figure 11 représente, à titre d'exemple, l'enregistrement direct du courant dans une cellule photoconductrice au sulfure de cadmium (on remarquera l'inclinaison des paliers due à l'inertie de l'échantillon essayé, ce qui limite ici la précision des mesures).

Je remercie M. Magniant pour la réalisation de l'appareillage et le soin apporté dans les étalonnages.

ANNEXE I.

Nous allons démontrer que dans le cas simple où le produit $B_\lambda S_\lambda$ reste constant pour des bandes de fréquence Δf d'égale largeur, on ne gagne pas sur le rapport $\frac{\text{signal utile}}{\text{lumière parasite}}$ en augmentant le facteur de réflexion R.

Pour définir le signal utile, nous prendrons l'aire HCDEI de la figure 12 (CE, largeur à mi-

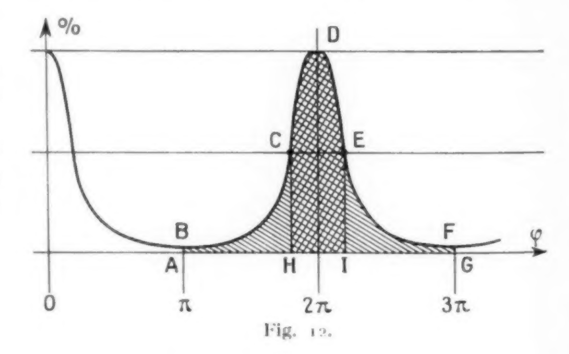


Fig. 12.

hauteur). Nous la comparerons ensuite à la surface totale ABCDEFGIHA quand φ varie de 2π.

Transmission globale : surface ABCDEFG.

$$G = \int_0^{2\pi} \tau \, d\varphi,$$

$$G = T^2 \int_0^{2\pi} [(1 + R\cos\varphi + R^2\cos 2\varphi + \ldots)^2 + (R\sin\varphi + R^2\sin 2\varphi + \ldots)^2] \, d\varphi.$$

$$G = 2\pi \frac{T^2}{1 - R^2},$$

soit, dans le cas des couches non absorbantes,

$$T = 1 - R \qquad \text{et} \qquad G = 2\pi \frac{1-R}{1+R}.$$

Transmission pour le pic de transparence : surface HCDEI.

En prenant la largeur CE à mi-hauteur $\frac{\tau_{max}}{2}$:

$$\varphi = \frac{1-R}{\sqrt{R}},$$

$$P = \left(\frac{T}{1-R}\right)^2 \int_{-\varphi}^{+\varphi} \frac{d\varphi}{1 + 4h\sin^2\frac{\varphi}{2}}$$

$$\# \left(\frac{T}{1-R}\right)^2 \int_{-\varphi}^{+\varphi} \frac{d\varphi}{1 + h\varphi^2}.$$

Dans le cas des couches non absorbantes, $\frac{T}{1-R} = 1$ et il reste

$$P = 2\frac{1-R}{\sqrt{R}} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{R}}{1-R}\varphi = \frac{\pi}{2}\frac{1-R}{\sqrt{R}}.$$

Nous voulons évaluer la proportion de lumière parasite.

$$\frac{G-P}{P} = \frac{G}{P} - 1,$$

$$\frac{G}{P} = \frac{2}{\pi} 2\pi \frac{1-R}{1+R}\frac{\sqrt{R}}{1-R} = \frac{4\sqrt{R}}{1+R}$$

pratiquement indépendant de R, car le rapport $\frac{4\sqrt{R}}{1+R}$ reste très voisin de 2 dans de larges limites de variations de R de 0,5 à 1.

Si nous avions pris la largeur de bande CE au 1/10e de la transmission maximum, nous aurions trouvé $\frac{G}{P} - 1 = 0{,}2$ toujours indépendant de R.

ANNEXE. II.

Le pouvoir réflecteur complexe d'un ensemble de q doubles couches semblables de même épaisseur optique :

$$n_0 \mid \underbrace{N \mid n}\mid \underbrace{N \mid n} \mid \underbrace{N \mid n} \mid n'_0$$

$$q = 3$$

a pour expression [2]

$$r_q = \frac{n_0 - n'_0}{n_0 + n'_0} \frac{\sin\theta \operatorname{cotg} q\theta + u\sin^2\varphi + jv\sin\varphi\cos\varphi}{\sin\theta\operatorname{cotg} q\theta + u'\sin^2\varphi + jv'\sin\varphi\cos\varphi},$$

avec

$$\varphi = 2\pi\frac{ne}{\lambda_0},$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{n+N}{2\sqrt{nN}}\sin\varphi$$

et

$$u = \frac{N^2 - n^2}{2nN}\frac{n_0 + n'_0}{n_0 - n'_0}, \qquad u' = \frac{N^2 - n^2}{2nN}\frac{n_0 - n'_0}{n_0 + n'_0};$$

$$v = \frac{N+n}{nN}\frac{n_0 n'_0 - nN}{n_0 - n'_0}, \qquad v' = \frac{N+n}{nN}\frac{n_0 n'_0 + nN}{n_0 + n'_0}.$$

On peut en tirer $\tau = 1 - |r_q|^2$ et, par suite, $D = \operatorname{colog}\tau$, mais ce calcul est relatif à un nombre pair de couches élémentaires HB-HB-HB. Nous avons numériquement calculé les propriétés des filtres à 9, 13, 17 couches du type ci-dessus. Pour cela nous avons considéré l'étalon de Fabry-Pérot complexe :

$$\underbrace{\text{HBHBHB}}_{\mathfrak{M}} - \text{H} - \underbrace{\text{BHBHBH}}_{\mathfrak{M}}, \qquad \text{soit} \quad \mathfrak{M} - \text{H} - \mathfrak{M}.$$

Le détail de la méthode et l'abaque permettant une application numérique rapide ont été publiés récemment par l'auteur [2].

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Ch. DUFOUR, *Thèse*, 1949 (publiée dans les *Annales de Physique*).

[2] Ch. DUFOUR et A. HERPIN, *Propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu stratifié transparent* (*Revue d'Optique*, t. 32, 1953, p. 321-348).

[3] Ch. DUFOUR et A. HERPIN, *Applications des méthodes matricielles au calcul d'ensembles complexes de couches minces alternées* (*Optica Acta*, t. 1, 1954, p. 1-8).

[4] Ch. DUFOUR, *Épaisseur optique d'un étalon interférentiel de Fabry-Pérot à miroirs semi-transparents complexes* (*Revue d'Optique*, t. 31, 1952, p. 1-16).

DÉPÔT ET RETRAIT DE CHARGES ÉLECTRIQUES SUR DES ISOLANTS PAR ÉMISSION SECONDAIRE (1).

PREMIÈRE PARTIE

PAR M. BARBIER,

Département « Électronique » du Centre de Recherches Techniques
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Dans cette première partie, l'auteur commence par dégager la condition locale d'équilibre qui donne d'une façon générale le potentiel auquel se charge un élément de surface d'un isolant lorsqu'il est soumis à un bombardement continu d'électrons. Il utilise cette condition pour déterminer dans quelques cas simples le potentiel auquel se charge l'isolant, en fonction de la forme de la portion de surface bombardée et de la configuration du champ électrostatique régnant dans le tube, en supposant des charges d'espace négligeables. Il calcule ensuite dans le cas simple d'une charge ponctuelle, le mouvement des électrons secondaires, et utilise les résultats pour déterminer la valeur de la charge d'espace formée par les électrons en mouvement au-dessus de l'isolant en supposant que cette charge ne perturbe pas encore ce mouvement. Il indique au cours des calculs les conclusions auxquelles on aboutit en ce qui concerne la quantité de charges déposées, la résolution à attendre, le taux d'accumulation, et les intensités de faisceau nécessaires pour l'inscription ou l'analyse* (*C. D. U* : 621.385.832).

SUMMARY. — *In this first part the author begins by establishing the local equilibrium condition that is the potential to which an element of an insulating surface rises under continuous electron bombardment. He uses it to ascertain the equilibrium potential for some simple configurations of electrostatic field around the bombarded area, assuming that space charges are negligible. He calculates the motion of the secondary electrons in the simple cases of a point charge field on the dielectric surface, the secondaries being emitted from this point, and uses the results obtained to compute the space charge built up by the electrons moving above the surface assuming that this charge does not hinder their motion. He then draws conclusions regarding the amount of the charges that can be deposited, the limits of resolution to be expected, the accumulation factor and the necessary current density in the cathode ray beam for writing or analysis.* (*U. D. C* : 621.385.832).

INTRODUCTION.

Les développements récents de la Détection Électromagnétique et de la Télévision ont rendu indispensables les appareils permettant de conserver ou de transformer des informations ou des images données sous forme de signaux électriques. Il est possible de réaliser cette conservation par un dépôt de l'information sur une plaque isolante sous forme de charges électriques par émission secondaire dans un tube à vide, de la modifier par le dépôt ou le retrait de nouvelles charges, et de la restituer en analysant le relief de charges existant sur la plaque.

Le but du présent travail est d'examiner la possibilité de déposer un signal sous forme de charges sur un isolant par émission secondaire, et de délimiter les moyens nécessaires pour le déposer et l'analyser correctement.

Cette étude est divisé en deux parties, une partie

(1) Travail présenté comme Thèse de doctorat es Sciences Physiques à Paris le 4 décembre 1954.

théorique où sont groupés les développements mathématiques qui ont permis de définir l'ordre de grandeur de toutes les quantités physiques intervenant dans le dépôt et le retrait de charges par faisceaux d'électrons sur des isolants, et une partie expérimentale, où sont exposées les expériences qui ont servi à diriger les développements théoriques et à vérifier leurs résultats.

Dans la partie théorique, on commence par dégager la condition locale d'équilibre qui donne d'une façon générale le potentiel auquel se charge un élément de surface d'un isolant lorsqu'il est soumis à un bombardement continu d'électrons. On utilise ensuite les résultats pour déterminer dans quelques cas simples le potentiel auquel se charge l'isolant, en fonction de la forme de la portion de surface bombardée et de la configuration du champ électrostatique régnant dans le tube. Ceci est effectué en supposant des intensités de bombardement faibles, c'est-à-dire des charges d'espace négligeables.

On calcule ensuite dans le cas simple d'une charge ponctuelle, le mouvement des électrons secondaires, et l'on utilise les résultats pour déterminer la valeur de la charge d'espace formée par les électrons en mouvement au-dessus de l'isolant en supposant que cette charge ne perturbe pas encore ce mouvement. On approche ainsi l'évaluation de cette charge d'espace par valeurs inférieures, et l'on arrive à déterminer l'ordre de grandeur des densités de courant de bombardement pour lesquelles le potentiel produit par la charge d'espace atteint ceux qui régissent indépendamment de cette charge le mouvement des électrons.

On arrive ainsi à déterminer l'ordre de grandeur des principaux effets physiques se produisant dans tous les tubes à mémoire ou à images, et l'on indique au cours des calculs les enseignements qu'on en tire et qui ont trait par exemple à la quantité de charges déposées, à la résolution à attendre, au taux d'accumulation, et aux intensités de faisceaux nécessaires pour l'inscription ou l'analyse, toutes grandeurs qu'il est indispensable de connaître pour développer de tels tubes.

Dans une seconde partie expérimentale, on rend compte de toutes les expériences qui ont été faites pour développer la théorie exposée dans la première partie du travail. Naturellement les travaux expérimentaux et les calculs théoriques ont été poursuivis simultanément. Toutefois pour la commodité de l'exposition il a été trouvé préférable de grouper d'abord tous les résultats théoriques, et ne donner qu'ensuite le compte rendu des expériences qui ont permis d'y aboutir.

1.1. Généralités sur l'émission secondaire des isolants. Condition locale d'équilibre valable pour tout point d'un isolant émettant des électrons secondaires.

L'émission secondaire est la propriété d'un corps qui, bombardé par des électrons, en émet à son tour. Un isolant étant un corps non conducteur, si l'on dépose une charge électrique en un point de sa surface, elle restera sans s'écouler et donnera à ce point un certain potentiel par rapport au voisinage, puisqu'un gradient de potentiel peut exister dans un isolant.

Le dépôt de charges électriques à la surface d'un isolant peut se faire justement par bombardement par électrons avec émission secondaire. La différence entre le nombre des électrons reçus par bombardement et le nombre des électrons perdus par émission secondaire constitue à chaque instant le nombre d'électrons acquis par l'isolant. Le fait que le potentiel de la surface d'un isolant peut varier et prendre n'importe quelle valeur en fonction de la charge déposée est un facteur déterminant dans l'étude de l'émission secondaire des isolants. En effet, pour les corps conducteurs, dont le potentiel est toujours fixé, l'émission secondaire est constante dans le temps à intensité de bombardement primaire constante. Au contraire, le potentiel de la surface d'un isolant varie au cours du bombardement au fur et à mesure que la charge déposée à la surface se modifie et tend vers un potentiel d'équilibre. Or, l'examen des électrons secondaires révèle qu'ils ont tous de très faibles vitesses d'éjection, comprises entre zéro et au plus quelques volts. Ce sont des électrons à qui les électrons incidents ont communiqué de l'énergie en pénétrant dans le corps, et qui ont dû diffuser à travers celui-ci avant d'arriver à la surface et sortir à l'extérieur.

Il en résulte que ces électrons secondaires peuvent être facilement rejetés sur le corps d'où ils viennent, s'il règne à l'extérieur de celui-ci un champ qui les repousse. Au contraire, ils s'éloigneront si le champ qui règne à la surface du corps bombardé les entraîne vers une région où le potentiel est plus positif.

La connaissance des champs qui règnent au voisinage de la surface d'un isolant émettant des électrons secondaires est donc essentielle pour savoir quelle charge on pourra déposer sur cet isolant ou à quel potentiel il se chargera.

En fait l'isolant se chargera jusqu'à ce qu'il soit en équilibre, c'est-à-dire jusqu'à ce que la charge qu'il porte ne se modifie plus. Ceci se passe de la façon suivante :

Considérons d'abord le cas où le taux d'émission secondaire est supérieur à l'unité. C'est le cas où il y a plus d'électrons secondaires émis que d'électrons primaires reçus; la surface perdra donc des électrons, c'est-à-dire se chargera positivement, jusqu'à être plus positive que son entourage. A ce moment, les électrons secondaires, les plus lents, commencent à être rejetés vers la surface d'où ils sont issus. L'équilibre est établi lorsque les électrons qui parviennent à s'écarter définitivement sont en nombre égal aux électrons incidents, le surplus émis par la surface retombant sur celle-ci. Parmi les différentes vitesses d'éjection des électrons secondaires, il existe donc une certaine vitesse de partage; les électrons secondaires animés d'une vitesse plus grande que cette vitesse de partage ne retomberont pas sur la surface, les autres y reviendront. Soit η le taux d'émission secondaire, c'est-à-dire le nombre d'électrons secondaires par électron incident et $n(U_e)$ la fonction de répartition des vitesses des électrons secondaire, c'est-à-dire que $n(U_e)\,dU_e$ est le nombre d'électrons secondaires par électron incident dont les vitesses d'éjection correspondent à des potentiels compris entre U_e et $U_e + dU_e$. On a évidemment

$$\int_0^\infty n(U_e)\,dU_e = \eta.$$

Si l'on désire que le courant (appelé quelquefois improprement courant secondaire) produit par émission secondaire soit égal au courant primaire, il faut que la vitesse de partage (correspondant au potentiel U_0) soit évidemment telle que

$$\int_{U_0}^\infty n(U_e)\,dU_e = 1,$$

c'est-à-dire que le point considéré de l'isolant soit en équilibre lorsqu'il a atteint un potentiel tel que la fraction des électrons secondaires possédant une vitesse d'éjection inférieure à celle correspondant à U_0 soit ramenée sur ce point par le champ extérieur.

C'est cette condition d'équilibre qu'il est toujours nécessaire de rechercher lorsqu'on calcule à quel potentiel se charge une portion d'isolant pour une configuration donnée d'électrodes maintenues à des potentiels constants, lorsque le taux d'émission secondaire est supérieur à l'unité.

Le cas est totalement différent si l'émission secondaire est inférieure à l'unité. C'est le cas par exemple lorsque les électrons primaires ont de faibles vitesses d'impact. Ils ne possèdent plus alors l'énergie nécessaire pour libérer beaucoup d'électrons secondaires. La surface de l'isolant gagne plus d'électrons qu'elle n'en perd : elle se charge négativement. Plus son potentiel baisse, plus la vitesse d'impact des électrons incidents et l'émission secondaire diminuent, ce qui continue à faire baisser le potentiel de la surface, jusqu'au moment où les électrons primaires arrivent avec la vitesse normale zéro. La surface de l'isolant se trouve alors au potentiel de la cathode qui émet les électrons si leur incidence sur l'isolant est normale, et à un potentiel supérieur si leur incidence est oblique, le potentiel étant fonction de l'angle d'incidence. La surface sera alors en équilibre parce qu'elle n'est plus atteinte par les électrons.

Les remarques ci-dessus montrent qu'il est nécessaire de s'entourer de nombreuses précautions dans la mesure du taux d'émission secondaire d'un isolant, en raison de la propriété que possède la surface d'un isolant de modifier son potentiel jusqu'à ce qu'elle atteigne son état d'équilibre.

En réalité on doit admettre que le taux d'émission secondaire, si celle-ci est saturée, c'est-à-dire si tous les électrons secondaires éjectés s'éloignent de la surface a l'allure représentée sur la figure 1.

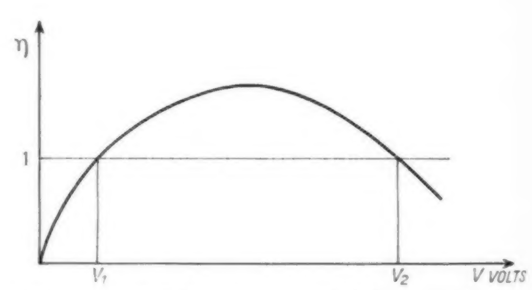


Fig. 1. — Variation du taux d'émission secondaire η en fonction de l'énergie des électrons incidents.

Le taux d'émission secondaire est nul pour une vitesse d'impact des électrons primaires de 0 V : aux vitesses presque nulles tous les électrons incidents sont pratiquement absorbés. La courbe croît avec l'énergie des électrons incidents en passant par 1 pour une énergie correspondant à un potentiel que nous appellerons V_1, présente un maximum assez plat, puis décroît et repasse par 1 pour une énergie correspondant à un potentiel V_2 et accuse ensuite des valeurs inférieures à 1. Cette courbe est valable pour une incidence normale des électrons primaires. Pour une incidence oblique l'émission secondaire est plus grande.

Dans cette étude nous ne nous sommes d'ailleurs intéressé qu'aux domaines compris entre zéro et V_1 d'une part ($\eta < 1$) et entre V_1 et V_2 d'autre part ($\eta > 1$) sans jamais dépasser V_2.

Nous nous proposons dans ce qui va suivre d'exa-

miner dans quelles conditions on peut déposer et retirer des charges sur une surface de diélectrique et quelles sont les limites physiques imposées aux performances des tubes électroniques dans lesquels on dépose des signaux ou des images sous forme de charges électriques sur des lames isolantes. Cette étude présente un grand intérêt en raison du développement constant de l'usage des tubes de prise de vue de télévision à accumulation (iconoscopes ou orthicons) et des tubes à mémoire destinés à recueillir des images sous forme de signaux électriques ou à modifier de telles images ou de tels signaux.

Pour simplifier le développement mathématique des problèmes qui seront examinés, on supposera que les vitesses d'éjection des électrons secondaires sont réparties uniformément entre zéro et une valeur maximum correspondant à un potentiel de U_m V. On aura donc pour la fonction de répartition définie plus haut

$$n(U_e) = \frac{\eta}{U_m}.$$

La figure 2 représente la répartition approchée des vitesses d'éjection des électrons secondaires adoptée par raison de simplicité. On verra aisément

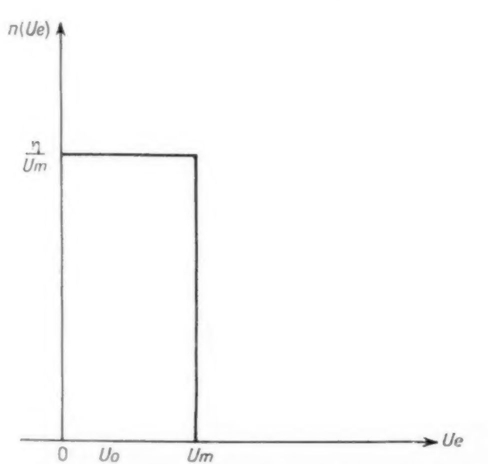


Fig. 2. — Répartition des vitesses d'éjection des électrons secondaires adoptée pour simplifier le calcul.

par la suite que cette simplification ne modifie guère les ordres de grandeur des quantités physiques que nous chercherons à calculer. Il en résulte pour le potentiel U_0 correspondant à la vitesse de partage définie pour la condition d'équilibre lorsque η est supérieur à l'unité, la relation

$$\frac{U_m}{U_m - U_0} = \eta,$$

d'où, puisque l'intégrale sur toute la surface doit être égale à η, et l'intégrale de U_0 à U_m égale à 1,

$$\frac{U_0}{U_m} = 1 - \frac{1}{\eta}$$

qui fixe U_0 dès qu'on connaît η et U_m.

1.2. Calcul du potentiel d'équilibre d'une portion d'isolant bombardée par un faisceau d'électrons de faible intensité pour quelques configurations simples. Application au taux d'accumulation des photoélectrons sur la cible d'un iconoscope à convertisseur d'image.

1.2.1. Première configuration : charge ponctuelle déposée sur une surface isolante plane. — *a. Distribution du potentiel dans l'espace.* — Soit un plan métallique infini recouvert d'une lame mince parfaitement isolante (*fig.* 3). Examinons

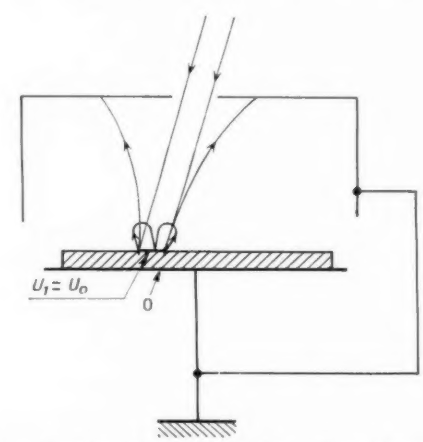


Fig. 3. — Représentation schématisée de l'expérience correspondant à la première configuration examinée, avec les trajectoires des électrons incidents et des électrons secondaires.

tout d'abord la répartition du potentiel dans le demi-espace situé au-dessus de l'isolant lorsqu'on dépose une charge Q en un point de celui-ci. Le plan métallique constitue une surface équipotentielle à laquelle on peut attribuer le potentiel zéro. Aux points où il n'y a pas de charges la surface de l'isolant a aussi sensiblement le potentiel zéro en raison de la faible épaisseur de celui-ci. On a donc affaire à une répartition de potentiel due à une charge ponctuelle placée à proximité immédiate d'un plan équipotentiel.

Une charge unique Q dans l'espace produit à une

distance r un flux d'induction électrostatique

$$D(r) = \varepsilon_0 E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2},$$

où $\varepsilon_0 = 8{,}8.10^{-14}$ A.s/V.cm est la constante diélectrique de l'espace et E le champ

$$E = -\frac{\partial U}{\partial r}.$$

On voit donc que le potentiel U s'écrit

$$U(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}.$$

Pour qu'il y ait une surface équipotentielle plane à proximité de la charge, il faut placer en son voisinage une charge égale mais opposée. Le plan de symétrie de l'ensemble aura le potentiel zéro et l'on aura dans l'espace le potentiel d'un dipôle

$$U_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} h \cos\alpha,$$

où r_1 et r_2 sont les distances des deux charges au point P où le potentiel est mesuré, h la distance des charges et α l'angle de l'axe du système avec la direction du point P. En introduisant une longueur de référence l et un potentiel de référence U_1 tel que

$$U_1 = \frac{Qh}{4\pi\varepsilon l^2},$$

on a

$$\frac{U}{U_1} = \frac{\cos\alpha}{x^2}$$

en admettant que dans l'espace, à l'infini, le potentiel soit zéro comme sur la plaque. Dans cette expression x est une coordonnée sans dimension donnant la distance à l'origine

$$x = \frac{r}{l}.$$

La figure 4 représente cette distribution de potentiel.

Il est à remarquer que le potentiel devient infini au point où est déposée la charge, soit à l'origine. En pratique on ne déposera jamais une charge véritablement ponctuelle sur le diélectrique, mais une charge qui aura une certaine étendue. Cette charge déposée sur le condensateur formé par la lame isolante et le plan métallique portera la surface de l'isolant aux points où elle se trouve à un certain potentiel U_1 donné par

$$U_1 = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon S}, \qquad C = \frac{\varepsilon S}{d},$$

où Q est la charge globale, ε la constante diélectrique de l'isolant, d son épaisseur et S la portion de surface recouverte de charges qu'on peut supposer uniformément réparties.

On voit donc que la répartition de potentiel décrite plus haut est tout indiquée pour étudier le

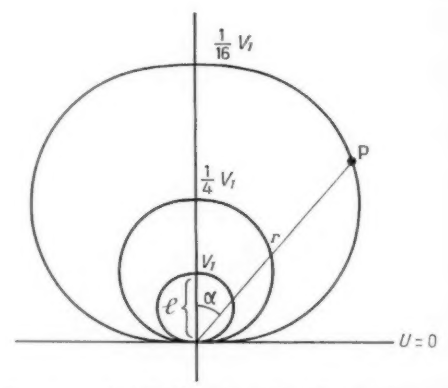


Fig. 4. — Distribution du potentiel dans l'espace au voisinage d'une charge ponctuelle disposée sur un plan de potentiel constant.

mouvement d'un électron dans le champ d'une charge déposée sur un isolant, si l'on ne s'intéresse pas d'une façon particulière à ce qui se passe à proximité immédiate de cette charge, soit à une distance de cette charge inférieure à son étendue propre. Pour l'application qui va suivre, nous nous contenterons donc d'admettre que la charge Q est répartie dans le petit volume d'extension l de la figure 1 au lieu d'être déposée à la surface de l'isolant et nous attribuerons à la surface de ce petit volume le potentiel U_1 qu'a effectivement la portion chargée de l'isolant.

b. Potentiel maximum auquel est susceptible de se charger un domaine bombardé lorsque la plaque supportant le diélectrique et le reste de l'enceinte sont au même potentiel. — On ne s'intéresse évidemment qu'au cas où le taux d'émission secondaire est supérieur à l'unité, la charge déposée sur la portion de surface bombardée étant alors positive par rapport au reste de l'isolant et à l'enceinte.

L'allure générale du mouvement sera la suivante. La charge déposée sur l'isolant étant positive, l'électron sera soumis à une force qui tendra à le ramener vers le domaine chargé d'où il est issu. Mais si son énergie cinétique est assez grande, il s'éloignera indéfiniment. L'électron, considéré isolément dans le champ de la charge positive, n'a aucune raison de retomber sur d'autres portions de la surface

de l'isolant. En effet, d'une part il est émis avec une vitesse initiale dont la direction l'en éloigne, et d'autre part les forces qui agissent sur lui tendent à l'écarter également des parties non chargées de la

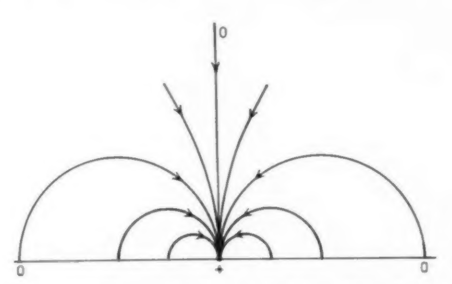


Fig. 5. — Champ de lignes de force d'un dipôle, orthogonales aux lignes équipotentielles de la figure 3.

surface de l'isolant pour le ramener vers la charge positive, ainsi que le montre le plan des lignes de force de la figure 5.

On voit donc qu'en dehors du point chargé positivement, tout l'espace environnant est au potentiel o, depuis le plan de l'isolant jusqu'à l'enceinte extrêmement éloignée.

La condition d'équilibre pour un isolant bombardé par des électrons primaires avec un taux d'émission secondaire supérieur à 1, que nous avons énoncée au premier paragraphe, permet alors de dire que c'est au potentiel de partage U_0 tel qu'il a été défini dans le premier paragraphe, que se charge effectivement l'aire soumise au bombardement. En effet, considérons un électron ayant une vitesse supérieure à la vitesse de partage. Son énergie sera supérieure à $-eU_0$ et il sera capable de s'affranchir de la force de rappel de la charge positive et de s'éloigner vers l'infini, où il sera recueilli par l'enceinte. Si, au contraire, un électron a une vitesse inférieure à la vitesse de partage, il est forcé de retomber sur l'aire bombardée. On voit qu'on se trouve dans un cas où l'application de la règle énoncée au premier paragraphe est particulièrement simple, les électrons ne pouvant qu'être écartés de l'isolant ou retomber sur l'aire émissive, à l'exclusion de tout autre point de l'isolant. C'est justement au potentiel U_0 de partage que se charge alors l'aire émissive. On remarquera que, bien que l'on ait choisi l'exemple d'une source ponctuelle pour plus de simplicité, dans le cas où l'aire bombardée serait plus grande, il en serait de même, et le potentiel d'équilibre serait encore $U_1 = U_0$. Le résultat ne dépend donc pas ici des dimensions de la portion d'isolant bombardée.

c. Application à l'accumulation sur une cible d'iconoscope à convertisseur d'image des charges déposées par les photoélectrons provenant d'un point éclairé de la photocathode. — Comme l'intensité des photoélectrons est très faible, nous nous trouvons dans le cas que nous avons postulé et la répartition du potentiel à l'extérieur de l'isolant est uniquement déterminée par la charge positive au point bombardé. Il en résulte que celui-ci ne se chargera pas au-dessus de la valeur U_0, dépendant uniquement des vitesses des électrons secondaires, indépendamment du temps de bombardement ou de tout phénomène se produisant à la lecture des charges par le faisceau d'analyse explorateur. On voit donc que le relief de charges qu'il est possible d'obtenir sur une cible d'iconoscope est déjà limité par les vitesses des électrons secondaires à la valeur CU_0, C étant la capacité de l'élément d'aire chargée.

1.2.2. Deuxième configuration : charge ponctuelle déposée sur une surface isolante plane en présence d'un champ extérieur. — *a. Distribution du potentiel dans l'espace.* — A la répartition de potentiel de la première configuration qu'on peut écrire sur l'axe normal à la surface

$$U(z) = U_1 \frac{l^2}{z^2}$$

en appelant z la coordonnée selon cet axe, il faut ajouter maintenant un terme Ez, E étant le champ électrique en grandeur absolue régnant sur la surface loin de la charge. On a donc

$$U(z) = Ez + U_1 \frac{l^2}{z^2}, \qquad \text{avec} \quad E > 0, \; U_1 > 0$$

pour les valeurs du potentiel sur l'axe. Pour l'allure du potentiel dans les autres points de l'espace, on peut se reporter à la figure 6, qui représente les

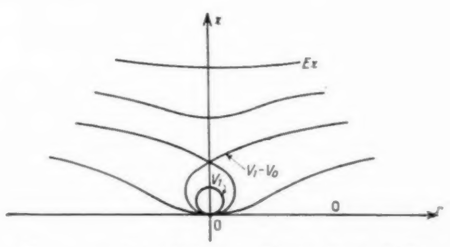


Fig. 6. — Potentiel au voisinage d'un dipôle en présence d'un champ homogène.

lignes équipotentielles dans un plan méridien de la configuration. Près du dipôle, le potentiel dû à celui-ci prédomine, loin du dipôle on retrouve Ez.

Le champ dû au dipôle décroît quand on s'en éloigne et est contrarié par le champ E qui est constant, de sorte que le champ s'annule à quelque distance de l'origine. On calcule que c'est pour

$$\frac{\partial U}{\partial z} = E - \frac{2l^2}{z^3}U_1 = 0 \qquad \text{et} \qquad z(U_{\min}) = l\sqrt[3]{\frac{2U_1}{El}}.$$

En reportant cette valeur dans l'expression du potentiel, on trouve que celui-ci a pour valeur minimum.

$$U_{\min} = 3U_1\left(\frac{El}{2U_1}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

b. Potentiel d'équilibre auquel est susceptible de se charger le diélectrique. — La règle suivant laquelle il faut que pour l'équilibre il y ait possibilité de fuite pour tous les électrons secondaires animés d'une vitesse d'éjection supérieure à la vitesse de partage correspondant à U_0 permet de dire que l'isolant ne se chargera pas à un potentiel supérieur à $U_{\min} + U_0$. On a donc

$$U_1 = U_{\min} + U_0 = 3\left(\frac{El}{2}\right)^{\frac{2}{3}}U_1^{\frac{1}{3}} + U_0.$$

soit une équation du troisième degré en $U_1^{\frac{1}{3}}$ donnant U_1 en fonction de U_0 et de El, l étant l'extension de la charge définie au paragraphe précédent.

Pour des grandes valeurs de El par rapport à U_0, on aurait à la limite l'expression simplifiée

$$\lim_{El \gg U_0} U_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}El.$$

c. Application aux tubes à images. — On voit qu'en présence d'un champ on peut, dans certaines conditions, charger la surface à un potentiel supérieur à U_0. On voit encore que le potentiel atteint par la portion chargée est toutefois limité à une valeur de l'ordre de El, produit du champ par l'extension de l'aire bombardée. Cette limitation physique fondamentale est valable pour tous les tubes à accumulation de charge. Pour mieux délimiter la condition nous allons maintenant étudier, au lieu d'une charge quasi ponctuelle, le cas où l'aire bombardée sur l'isolant est un cercle d'un certain diamètre.

1.2.3. Troisième configuration : charge déposée sur une aire circulaire d'une surface plane d'isolant en présence d'un champ homogène. — *a. Distribution du potentiel dans l'espace.* — Nous allons tout d'abord chercher la distribution de potentiel due à un disque infiniment mince de potentiel donné posé sur un plan de potentiel 0 en l'absence du champ homogène que nous ajouterons après. Cette configuration et le tracé approché des lignes équipotentielles sont représentés sur la figure 7.

La représentation analytique d'un tel champ est possible, et relativement simple, en raison du fait que les lignes de force du champ électrique auquel nous nous intéressons sont identiques aux lignes de force du champ magnétique engendré par un courant circulaire de même rayon a que le disque. On peut calculer par la loi de Laplace-Biot-Lavart la différentielle dH du champ produit par un élément de longueur dl parcouru par un courant d'intensité $\mathcal{I}$ à une distance R. On a

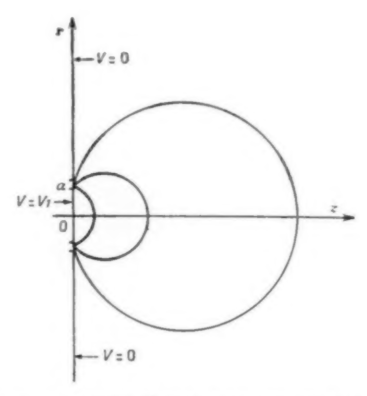


Fig. 7. — Disque chargé, posé sur un plan, représentation des équipotentielles dans un plan méridien.

$$dH = \mathcal{I}\frac{d\vec{l} \wedge \vec{R}}{4\pi R^3}$$

en unités pratiques électromagnétiques, le champ s'exprimant en ampères par mètre ou ampères par centimètre selon les unités choisies pour les longueurs. Le signe $\wedge$ au numérateur indique le produit vectoriel des quantités dl et R, dl étant pris positif dans le sens parcouru par le courant et R de l'élément de courant vers le point considéré. Il nous suffira de considérer les points de l'axe de symétrie z de la configuration. Pour ces points on aura

$$dH = \frac{\mathcal{I}\,dl}{4\pi R^2},$$

l'angle des vecteurs dl et R étant droit comme le montre la figure 8.

Pour obtenir la composante axiale dH_z de ce champ élémentaire il faut multiplier dH par le sinus de l'angle φ formé par l'axe et le rayon vecteur,

qui est $\frac{a}{R}$, et l'on aura

$$dH_z = dH \sin \varphi = dH \frac{a}{R}.$$

Lorsqu'on intègre pour tous les éléments de courant, il suffit de remplacer dl par $2\pi a$ et l'on obtient

$$H_z = \frac{\mathfrak{I}}{2} \frac{a^2}{R^3} = \frac{\mathfrak{I}}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

qui est identique à un facteur constant C près à

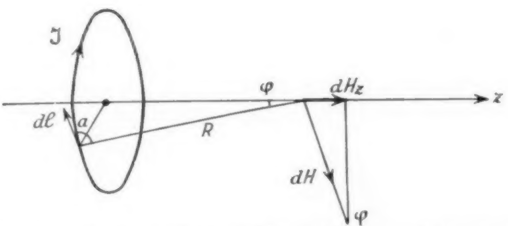


Fig. 8. — Champ magnétique élémentaire engendré par une portion d'un courant circulaire en un point de l'axe de celui-ci.

l'intensité du champ électrique sur l'axe de notre configuration

$$E_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = E = C \frac{1}{(1 + x^2)^{\frac{3}{2}}},$$

où nous avons introduit pour raison de simplicité la quantité sans dimension physique

$$x = \frac{z}{a}.$$

On en tire le potentiel par intégration

$$U(x) = -aC \int_{\infty}^{x} \frac{dx}{(1 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

puisque le potentiel doit être nul à l'infini. On déterminera plus tard la constante C en écrivant que pour $x = 0$ le potentiel doit être égal au potentiel du disque, que nous appellerons U_1 comme précédemment. L'intégration de la relation précédente s'effectue plus simplement au moyen de la substitution classique

$$u = x + \sqrt{1 + x^2}, \qquad x = \frac{u^2 - 1}{2u}, \qquad dx = \frac{u^2 + 1}{2u^2} du$$

qui donne

$$U(u) = -2aC \int_{\infty}^{x} \frac{du^2}{(u^2 + 1)^2} = \left[\frac{2aC}{u^2 + 1} \right]_{\infty}^{x} = -\frac{2aC}{u^2 + 1}.$$

Sur le disque ($x = 0$) on a

$$u = 1, \qquad U = U_1, \qquad C = -\frac{U_1}{a} = E(z = 0).$$

La constante étant ainsi déterminée, on voit que le champ électrique au centre du disque est égal au quotient de U_1 par le rayon a du disque.

Maintenant nous pouvons superposer un champ homogène au champ dû au disque pour nous trouver dans le cas de la configuration que nous cherchions à analyser.

Soit E ce champ. Nous avons désormais le long de l'axe pour notre potentiel définitif U la relation

$$-\frac{\partial U}{\partial z} = E - \frac{U_1}{a} \left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right)^{-\frac{3}{2}}.$$

On voit que le minimum du potentiel se trouve à l'abscisse donnée par la relation

$$z(U_{\min}) = a \sqrt{\left(\frac{U_1}{aE} \right)^{\frac{2}{3}} - 1}.$$

Cette expression est réelle pour des champs E relativement faibles. Elle s'annule pour

$$U_1 = aE.$$

Pour une valeur de E encore plus grande, l'expression de $z(U_{\min})$ devient imaginaire et n'est plus à considérer; c'est alors le champ superposé qui prédominerait par rapport au champ dû au disque.

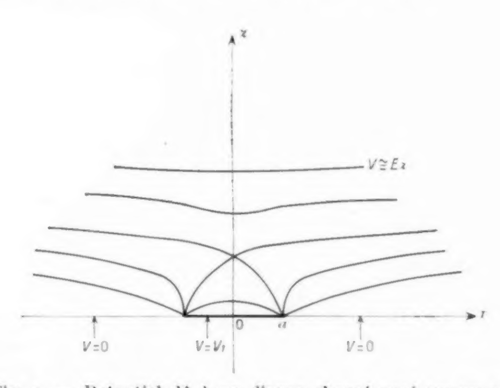


Fig. 9. — Potentiel dû à un disque chargé posé sur un plan en présence d'un champ homogène vu dans un plan de symétrie quelconque passant par l'axe de symétrie.

La figure 9 représente la distribution du potentiel dans un plan passant par l'axe de symétrie.

b. Potentiel d'équilibre auquel est susceptible de se charger le diélectrique. — La règle que nous devons appliquer est naturellement toujours celle d'après laquelle l'aire bombardée se charge à un potentiel supérieur de U_0 au potentiel minimum par où les électrons secondaires doivent passer pour s'échapper.

On pourrait le calculer exactement avec les formules que nous avons développées, en introduisant la valeur $z\,(U_{min})$ de l'abscisse pour laquelle le potentiel U est minimum dans l'expression de celui-ci, puis en ajoutant U_0 et en égalant à U_1 pour établir une relation donnant U_1 comme nous l'avons fait précédemment pour la charge ponctuelle. Mais nous nous contenterons d'indiquer une expression valable à la limite pour de grands champs extracteurs E, tels que le potentiel U_0 correspondant à la vitesse de partage des électrons secondaires, soit assez petit par rapport à la quantité Ea, produit du champ extracteur par le rayon du disque. Dans ce cas on peut admettre que comme U_0 est petit devant Ea, on se rapproche du cas où le minimum du potentiel se trouve à l'origine $z = 0$, de sorte qu'on a

$$\lim_{U_0 \ll Ea} U_1 = Ea.$$

a. Application aux tubes. — L'expression ci-dessus donne un renseignement très important. C'est la limite supérieure à laquelle on peut charger une aire isolée par émission secondaire lorsque le collecteur des électrons secondaires se trouve à un potentiel notablement plus élevé que celui où est maintenue la cible isolante (ou que le plateau supportant celle-ci soit relié à une polarisation très négative par rapport au reste du tube). Le dessin de la figure 10

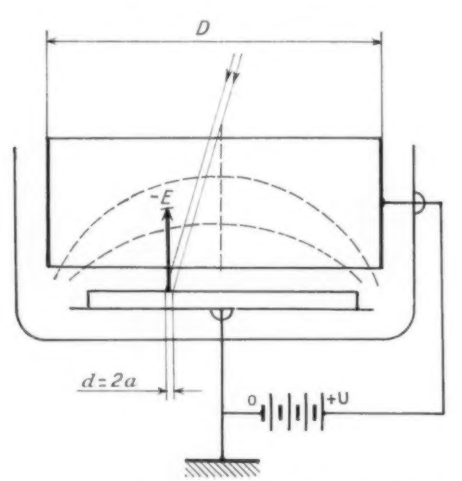


Fig. 10. — Charge d'un isolant par un pinceau étroit d'électrons, en présence d'un collecteur situé à une distance relativement grande et maintenu à un potentiel notablement plus positif.

fera mieux comprendre l'application et représente par exemple la cible d'un iconoscope et son anneau collecteur.

Supposons qu'un pinceau étroit d'électrons issus par exemple d'un point éclairé de la photocathode vienne charger une petite aire de diamètre $d = 2a$ de la cible isolante. Nous allons calculer l'ordre de grandeur de l'intensité du champ électrique d'extraction qui est à peu près homogène au voisinage de la cible et dont les lignes d'action sont légèrement esquissées sur la figure 9, ainsi que les équipotentielles auxquelles elles sont perpendiculaires. On peut dire, D étant le diamètre du collecteur et U le potentiel auquel il est maintenu par rapport à la plaque supportant l'isolant, que l'ordre de grandeur du champ électrique vers le centre de la cible sera sensiblement voisin de

$$E \simeq \frac{2U}{D}\ \text{V/cm}.$$

En effet une surface équipotentielle dont le potentiel est très voisin de U a la forme d'une demi-sphère admettant la cible pour plan équatorial. Le potentiel U_1 auquel se chargera l'aire bombardée d'un diamètre $d = 2a$ sera, d'après la conclusion du sous-paragraphe précédent, voisin de

$$U_1 = aE = \frac{2a}{D} U,$$

de sorte qu'on trouve

$$\frac{U_1}{U} = \frac{d}{D}.$$

Le rapport de la tension à laquelle se charge le diélectrique à la tension du collecteur est égal grossièrement au rapport des diamètres du faisceau et du collecteur. C'est une erreur, souvent effectuée, que de croire qu'un isolant bombardé se charge au potentiel du collecteur augmenté des quelques volts correspondant à la vitesse de partage pour l'équilibre des électrons secondaires. En réalité, si l'aire bombardée est petite et l'éloignement du collecteur grand, ce sont les parties avoisinantes de la cible qui jouent pour les électrons secondaires le rôle de collecteur et empêchent l'aire bombardée d'élever son potentiel. C'est pour cette raison qu'une polarisation de la cible dans l'iconoscope n'amène guère d'amélioration notable dans l'accumulation. Une telle polarisation, réalisée, soit au moyen d'une tension continue appliquée à la plaque, soit au moyen d'un bombardement est d'ailleurs illusoire au point de vue de l'accumulation, en raison du fait, qu'au bout d'un certain temps sous l'action du faisceau d'analyse le potentiel de l'aire de l'image balayée s'accroît brusquement jusqu'au voisinage du potentiel du collecteur, et qu'il n'y a bientôt

plus de gradient à la surface de la cible pour améliorer l'accumulation, d'un facteur qui n'est d'ailleurs que de l'ordre de $\frac{d}{D}$ si l'on exige une bonne définition. Le rôle de la charge d'espace due aux électrons secondaires du faisceau d'exploration dans un tel système sera d'ailleurs examiné très en détail dans un des paragraphes suivants.

Nous allons encore examiner quel est le potentiel d'équilibre dans le cas où l'aire bombardée a la forme d'une ligne d'une certaine largeur en présence d'un champ homogène, et dans le cas où elle a la forme d'une ligne analogue en présence d'un champ créé par une surface équipotentielle plane maintenue au voisinage immédiat du diélectrique. Ce cas peut être réalisé à l'aide d'un grillage métallique fin. Ces considérations nous seront utiles dans l'étude des limitations physiques de certains tubes à image ou à mémoire dont il sera question par la suite.

1.2.4. QUATRIÈME CONFIGURATION : LA CHARGE EST DÉPOSÉE SUR UNE AIRE D'UNE SURFACE ISOLANTE PLANE AYANT LA FORME D'UNE PISTE DROITE D'UNE CERTAINE LARGEUR, EN PRÉSENCE D'UN CHAMP HOMOGÈNE D'EXTRACTION. — *a. Distribution du potentiel dans l'espace.* — Considérons d'abord le potentiel dû à la ligne chargée, prise comme l'abscisse du champ homogène. Il peut être obtenu par superposition de deux potentiels dus à deux demi-plans chargés adjacents, ainsi que le représente la figure 11.

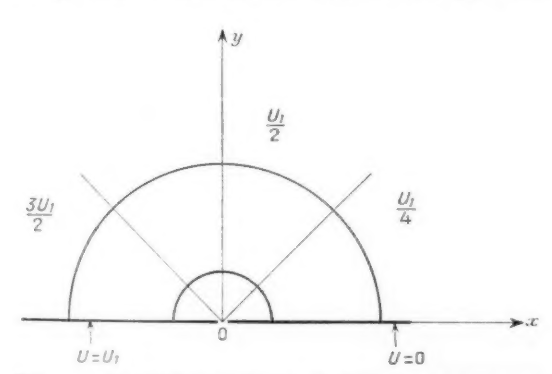


Fig. 11. — Potentiel entre deux demi-plans chargés adjacents.

Les surfaces équipotentielles sont des plans passant par l'arête commune, dont les potentiels croissent comme les angles faits avec le demi-plan choisi pour origine des potentiels. Les lignes de force dans des plans perpendiculaires à l'arête commune sont des cercles centrés sur celle-ci.

L'expression analytique d'une telle répartition de potentiel au moyen des fonctions complexes conjuguées u et v s'écrit en fonction de la variable complexe z et des coordonnées polaires r, φ

$$z = x + iy = r\,e^{i\varphi}, \qquad i^2 = -1$$

de la façon suivante

$$u + jv = \frac{U_1}{\pi} \log z.$$

En effet, il vient pour la partie imaginaire

$$v = \frac{U_1}{\pi}\varphi; \qquad v = 0, \quad \varphi = 0; \qquad v = U_1 \quad \varphi = \pi$$

et pour la partie réelle

$$u = \frac{U_1}{\pi} \log r.$$

On voit donc que v est la fonction potentiel et que u représente l'ensemble des lignes de force.

Il est maintenant possible de représenter une bande d'une largeur d à un potentiel U_1 se trouvant dans un plan dont le reste est au potentiel o en superposant deux répartitions I et II de ce genre,

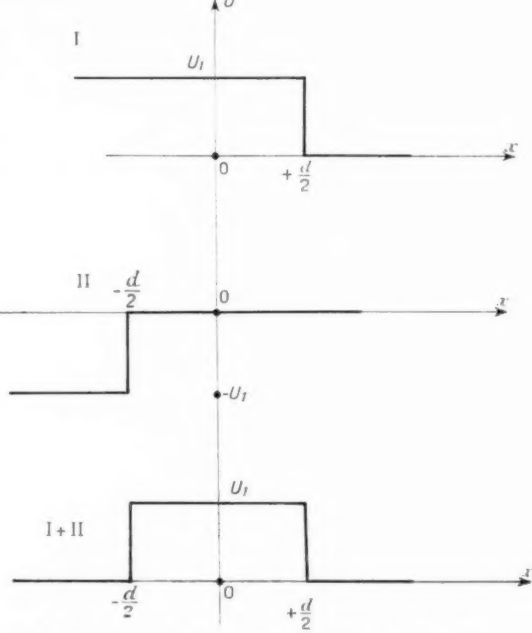


Fig. 12. — Superposition de potentiels connus pour obtenir la bande chargée.

comme le représente la figure 12. Celle-ci indique comment sont répartis dans le plan $y = 0$ les potentiels qu'on superpose pour obtenir la répartition III.

L'expression analytique de la superposition est

$$u + jv = \frac{U_1}{\pi}\left[\log\left(z - \frac{d}{2}\right) - \log\left(z + \frac{d}{2}\right)\right]$$

dont on évalue la partie imaginaire

$$v = \frac{U_1}{\pi}\,\mathcal{I}\mathrm{m}\left[\log\left(x - \frac{d}{2} + iy\right) - \log\left(x + \frac{d}{2} + iy\right)\right]$$
$$= \frac{U_1}{\pi}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{y}{x - \frac{d}{2}} - \operatorname{arc\,tg}\frac{y}{x + \frac{d}{2}}\right).$$

Sur la partie qui nous intéresse, soit le plan de symétrie $x = 0$ de la configuration, cette expression se réduit à

$$v_{x=0} = \frac{U_1}{\pi}\left(\pi - 2\operatorname{arc\,tg}\frac{2y}{d}\right),$$

car la tangente du premier arc étant négative il convient d'ajouter π et d'en soustraire l'arc dont la tangente est désormais prise en valeur absolue. La fonction que nous venons d'écrire est la valeur du potentiel dans le plan de symétrie en fonction de y seul. On voit que les équipotentielles dans un plan perpendiculaire aux limites de la bande sont les segments d'arc capable d'où l'on voit la largeur de la bande sous le même angle qui se retrouve exactement dans l'expression du potentiel. La figure 13 représente cette distribution.

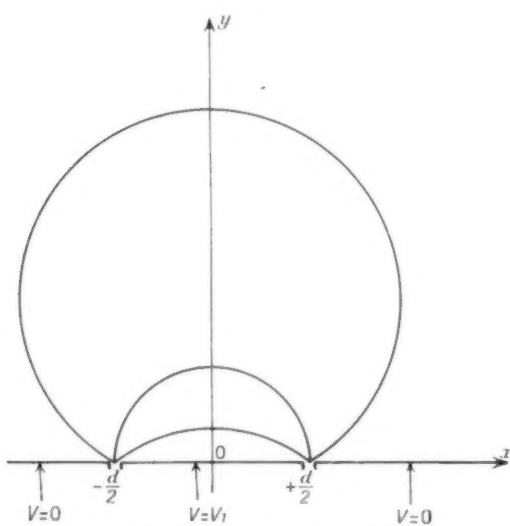


Fig. 13. — Potentiel dû à une bande chargée posée sur un plan.

Nous pouvons alors superposer un champ homogène au champ dû à la bande se trouvant au potentiel U_1 pour nous trouver dans le cas de la configuration avec champ homogène qui nous intéresse. On aura pour le potentiel dans le plan de symétrie

$$U = Ey + v_{x=0},$$

E étant le champ électrique en valeur absolue.

C'est un potentiel qui présente un minimum si les deux champs se contrarient. On l'obtient par l'équation

$$-\frac{\partial U}{\partial y} = -E + \frac{4U_1}{\pi d}\,\frac{1}{1 + \left(\frac{2y}{d}\right)^2} = 0$$

qui donne pour l'ordonnée du minimum

$$\left(\frac{2y}{d}\right)_{U_{\min}} = \sqrt{\frac{4U_1}{\pi\,dE} - 1}.$$

On voit qu'il n'y aura un minimum que si le champ est inférieur en valeur absolue à

$$E_{\lim} = \frac{4U_1}{\pi d}.$$

La répartition du potentiel dans le cas où il existe un minimum est donnée par la figure 14.

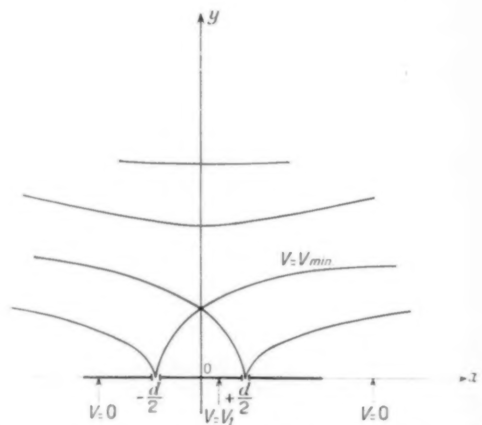


Fig. 14. — Potentiel dû à une bande chargée posée sur un plan en présence d'un champ homogène, vu dans un plan perpendiculaire à la direction de la bande.

b. Potentiel d'équilibre auquel est susceptible de se charger une bande par émission secondaire si elle est bombardée. — La condition que nous devons observer est, comme précédemment, qu'il existe la différence

$$U_1 - U_{\min} = U_0$$

afin que tous les électrons secondaires émis avec une vitesse initiale supérieure à la vitesse de partage puissent s'éloigner.

Pour l'application qui nous intéresse, nous considérons des champs d'extraction forts, afin de déterminer la limite supérieure possible au point de vue de la charge.

On peut admettre que dans ce cas, le domaine

chargé sera porté à un potentiel U_1 relativement grand par rapport à U_0 et que la différence $U_1 - U_m = U_0$ ne constitue qu'une faible partie de U_1. Cela signifie que nous nous trouvons pratiquement près du cas limite où il y a encore un minimum et qui a été défini précédemment par la relation

$$U_1 = \frac{\pi}{4} E d.$$

Nous allons maintenant étudier une cinquième configuration, analogue à celle-ci, mais caractérisée par la présence d'une surface équipotentielle plane à proximité immédiate de l'isolant et qui peut être réalisée, par exemple, par un grillage à mailles fines. Cette étude présente un intérêt pratique en raison des applications aux tubes à grillage que nous étudierons plus loin, mais également un intérêt théorique car elle fait intervenir de nouveaux paramètres pour l'état de charge de l'isolant, en l'occurrence la distance du collecteur et son potentiel, à la place du champ d'extraction E, ce qui permet d'approcher la réalité de plus près.

1.2.5. CINQUIÈME CONFIGURATION : BANDE CHARGÉE DÉPOSÉE SUR UN PLAN EN PRÉSENCE D'UNE SURFACE ÉQUIPOTENTIELLE PLANE ET PARALLÈLE A L'ISOLANT SITUÉE A PROXIMITÉ IMMÉDIATE DE CELUI-CI ET PORTÉE A UN POTENTIEL ÉLEVÉ. — *a. Distribution du potentiel dans l'espace.* — Nous allons tout d'abord déterminer le potentiel dans le cas où le plan équipotentiel supérieur a le potentiel o, soit celui de la portion non chargée de l'isolant. Nous devons donc étudier tout d'abord la distribution du potentiel représentée sur la figure 15.

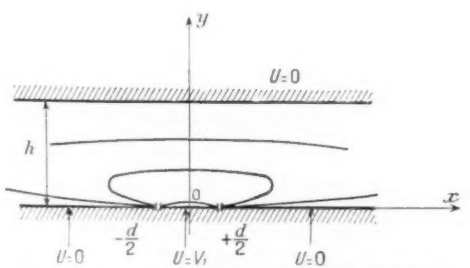


Fig. 15. — Potentiel dû à une bande chargée posée sur un plan équipotentiel face à un plan parallèle au même potentiel.

Il nous suffira ensuite d'ajouter le champ homogène obtenu lorsqu'on porte à un potentiel U_2 le plan supérieur.

Pour déterminer la fonction de distribution du potentiel dans la disposition de la figure 15, il convient de trouver la représentation conforme du domaine situé entre les droites parallèles, $y = 0$ et $y = h$ de cette figure sur un demi-plan. Le théorème de Schwarz de la théorie des fonctions analytiques pour la représentation de l'aire sise à l'intérieur d'un contour polygonal sur le demi-plan supérieur du plan image donne pour notre cas de la tranche horizontale $0 < y < h$ la relation

$$dz = C \frac{dZ}{Z},$$

car l'angle entre les deux côtés du contour polygonal considéré qui est ici constitué par les deux droites $y = 0$ et $y = h$ est π. De plus nous avons choisi la fonction pour que l'image du point $x = \infty$ qui est considéré comme le point de croisement vienne en $Z = 0$.

C est ici une constante à déterminer par les conditions aux limites, Z et z étant les variables complexes dans les plans image et objet, soit

$$Z = X + iY = \Gamma e^{i\psi}, \qquad z = x + iy.$$

La droite $y = h$ est ainsi représentée sur la partie négative de l'axe X, la droite $y = 0$ sur la partie positive de cet axe et les points $0 < y < h$ se trouvent représentés dans le demi-plan supérieur de l'espace image Z. Pour déterminer la constante C on intègre dz dans le plan objet entre o et ih pour une grande valeur négative de x, ce qui conduit à intégrer le long d'un demi-cercle contournant le point o dans le plan image. Il vient

$$\lim_{x \to -\infty} \int_{x}^{x+ih} dz = C \lim_{\Gamma \to 0} \int_{\psi=0}^{\pi} \frac{d\Gamma\, e^{i\psi}}{\Gamma\, e^{i\psi}} = ih = \pi i C;$$

$$C = \frac{h}{\pi}.$$

On aura donc pour la représentation conforme de la bande $0 < y < h$ sur le demi-plan supérieur $Y > 0$ la relation

$$\frac{\pi}{h} z = \log Z, \qquad Z = e^{\frac{\pi z}{h}}.$$

On voit en particulier que les droites verticales $x = \text{const.}$ sont transformées en demi-cercles concentriques de rayon $e^{\frac{\pi x}{h}}$, et que la portion de l'axe $x = 0$ comprise entre $y = 0$ et $y = h$ donne le demi-cercle de rayon 1. Les extrémités $\pm \frac{d}{2}$ du domaine chargé par les électrons sont transformées en deux points

$$\Gamma_1 = e^{-\pi \frac{d}{2h}}, \qquad \Gamma_2 = e^{\pi \frac{d}{2h}}.$$

La figure 16 représente la configuration des électrons dans le plan image Z.

Nous nous trouvons, avec la figure 16, ramené au problème de potentiel déjà étudié dans le paragraphe précédent, soit une bande à un potentiel U_1 posée sur un plan au potentiel 0. Dans le plan image Z le potentiel sera donné par la partie imaginaire de l'expression

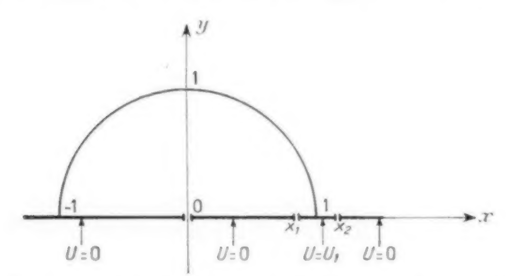


Fig. 16. — Représentation conforme dans le plan supérieur de la configuration de la figure 15.

$$u + jv = \frac{U_1}{\pi} \log \frac{Z - X_2}{Z - X_1},$$

u et v étant les fonctions complexes conjuguées, dont la seconde donne le potentiel dans le plan Z.

Nous nous intéresserons particulièrement à l'allure du potentiel le long de l'axe de symétrie de la configuration étudiée dans le plan objet, soit au potentiel le long du cercle unitaire du plan image, pour lequel

$$X^2 + Y^2 = 1, \qquad X = \cos \pi \frac{y}{h}, \qquad Y = \sin \pi \frac{y}{h},$$

Pour ce cercle on dérive aisément l'expression suivante du potentiel

$$v_{(X^2+Y^2=1)} = \frac{U_1}{\pi} \mathfrak{I}\text{m} \log \left(1 - \cos \frac{\pi y}{h} \operatorname{ch} \frac{\pi d}{2h} + i \sin \frac{\pi y}{h} \operatorname{sh} \frac{\pi d}{2h} \right),$$

étant entendu qu'il faut prendre la partie imaginaire du logarithme. On tire sans difficulté de cette relation les deux expressions suivantes du potentiel le long de l'axe y qui nous intéresse

$$U(y) = \frac{U_1}{\pi} \left(\pi - \operatorname{arc\,tg} \frac{\sin \frac{\pi y}{h} \operatorname{sh} \frac{\pi d}{2h}}{\operatorname{ch} \frac{\pi d}{2h} \cos \frac{\pi y}{h} - 1} \right)$$

qui est valable pour des valeurs de y allant de 0 à la valeur où le dénominateur de la tangente s'annule et

$$U(y) = \frac{U_1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sin \frac{\pi y}{h} \operatorname{sh} \frac{\pi d}{2h}}{1 - \cos \frac{\pi y}{h} \operatorname{ch} \frac{\pi d}{2h}}$$

qui est valable, pour des valeurs de y allant de la valeur susdite à h.

Pour avoir le champ électrique le long de l'axe de distribution du potentiel de la figure 15, il suffit de différencier ces quantités et l'on obtient après quelques simplifications

$$-\frac{dU}{dy} = \frac{U_1}{h} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi d}{2h}}{\operatorname{ch} \frac{\pi d}{2h} - \cos \frac{\pi y}{h}}.$$

b. Potentiel d'équilibre auquel est susceptible de se charger la bande bombardée lorsque le plan $y = h$ est portée à un potentiel positif élevé U_2. — Lorsque la surface équipotentielle supérieure est portée à un potentiel U_2, on doit ajouter à la répartition que nous venons de trouver la terme Ey. On a donc sur l'axe de symétrie :

$$U(y) = Ey + v(x = 0).$$

Une telle répartition de potentiel est représentée schématiquement sur la figure 17.

La condition d'équilibre de la portion bombardée

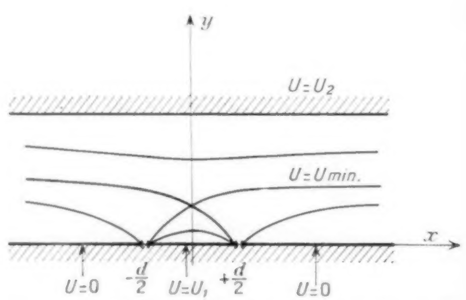


Fig. 17. — Potentiel d'une bande chargée posée sur un plan équipotentiel en face d'un plan parallèle à un potentiel élevé.

est comme toujours que le minimum du potentiel $U_{\min}$ soit de U_0 inférieur à U_1,

$$U_1 = U_{\min} + U_0$$

afin que les électrons secondaires dont la vitesse d'éjection est supérieure à la vitesse de partage puissent se diriger vers le collecteur. Comme dans notre application les potentiels U_2 et U_1 seront grands par rapport à U_0, on peut dire que l'on a pratiquement

$$U_1 \simeq U_{\min},$$

c'est-à-dire que la relation donnant le minimum

(égalité des champs)

$$E = \frac{U_1}{h}\,\frac{\operatorname{sh}\dfrac{\pi d}{2h}}{\operatorname{ch}\dfrac{\pi d}{2h} - \cos\dfrac{\pi y}{h}}$$

doit être réalisée pour des valeurs de y voisines de o. On a donc

$$U_1 = Eh\,\frac{\operatorname{ch}\dfrac{\pi d}{2h} - 1}{\operatorname{sh}\dfrac{\pi d}{2h}},$$

Eh étant égal à U_2 par définition. On voit de quelle nature est la relation liant U_1 à U_2. Pour des largeurs d de bande grandes par rapport à la distance h du collecteur, l'expression trigonométrique prend des valeurs voisines de 1 et l'isolant se charge au potentiel U_2. Pour des valeurs de d plus petites, mais toujours dans le cas de potentiels considérables par rapport à U_0 on peut développer pour de petits arcs et l'on trouve à la limite

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\pi}{4}\,\frac{d}{h},$$

soit une relation approchée qui montre la manière dont décroît U_1 lorsque d devient plus petit que h.

Pour $d = h$ on aurait en utilisant la formule exacte, le rapport de tensions :

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{3}.$$

1.2.6. Sixième configuration : charge positive entourée d'une ceinture de charges négatives. — Lorsque la densité des électrons primaires est forte, celle des électrons secondaires l'est également. Comme ceux-ci sortent avec des vitesses de quelques volts, ils peuvent constituer une charge d'espace au-dessus du domaine bombardé, qui est parfois importante. Il est à remarquer que la contribution des électrons primaires à cette charge d'espace sera toujours négligeable, car les électrons primaires destinés à donner lieu à une émission secondaire de taux supérieur à 1 ont toujours des vitesses très supérieures aux vitesses d'éjection des électrons secondaires. Lorsqu'il y a un nuage d'électrons au-dessus d'un domaine émettant des électrons secondaires, il y a une diminution de potentiel devant ce domaine, qui a pour effet de réfléchir les électrons les plus lents vers l'isolant, où ils peuvent tomber aux alentours de la zone bombardée et former une ceinture de charges négatives. Cet effet est appelé improprement redistribution des électrons secondaires et a lieu dans tous les tubes si la densité du courant de bombardement dépasse une certaine valeur, dépendant de la configuration utilisée.

Ce phénomène est extrêmement important et constitue une limitation physique essentielle de tous les tubes à accumulation sans grillage. Pour donner une idée de ce qui se produit dans ce cas, on peut étudier tout d'abord simplement la distribution du potentiel dans l'espace, lorsque l'isolant présente une portion chargée positivement, entourée d'une zone où le potentiel est négatif, l'isolant étant supposé au potentiel o en dehors de cette zone jusqu'à l'infini. Naturellement, on supposera qu'il n'y a pas momentanément de courant de bombardement important, c'est-à-dire de nuage sensible d'électrons dans l'espace, en se réservant d'étudier plus tard la modification apportée à l'allure du potentiel par une telle présence.

Un exemple représentatif est déjà fourni par la superposition des cas les plus simples que nous avons étudiés, par exemple celui d'une charge positive quasi ponctuelle et celui d'un disque uniformément chargé, naturellement concentrique, mais porté à un potentiel négatif, le reste de plan de l'isolant pouvant être supposé au potentiel o. Nous référant aux première et troisième configurations nous pouvons écrire, pour l'intensité du champ électrique résultant sur l'axe,

$$-\frac{\partial U}{\partial z} = -2U_1\frac{l^2}{z^3} + \frac{U_2}{a}\left(1 + \frac{z^2}{a^2}\right)^{-\frac{3}{2}},$$

U_1, étant le potentiel positif de la sphérule d'extension l;

U_2, le potentiel du disque négatif et a son rayon.

L'allure des lignes équipotentielles dans un plan de symétrie de ce système de révolution est par ailleurs représentée sur la figure 18.

Un premier effet de la ceinture négative est de créer un terme positif dans l'expression du champ électrique, le reste du plan étant au potentiel o par rapport à ce disque, c'est-à-dire à un potentiel supérieur. Le disque crée donc un champ extracteur, qui sera utilisé par les électrons pour s'éloigner et qui éloignera la charge d'espace.

Un autre effet de la ceinture négative, effet qui est d'ailleurs lié à la présence du champ extracteur, est d'introduire un minimum de potentiel à proximité de la sphérule émissive, de sorte que le parcours des électrons secondaires est fortement réduit par rapport au cas de la première configuration, où ces électrons pouvaient aller à la limite infiniment loin avant de retomber sur la partie chargée positivement de l'isolant. Ainsi le temps de trajet et, en consé-

quence, la charge d'espace sont diminués, ce qui explique qu'un état d'équilibre peut toujours être atteint en cours de bombardement, quelle que soit

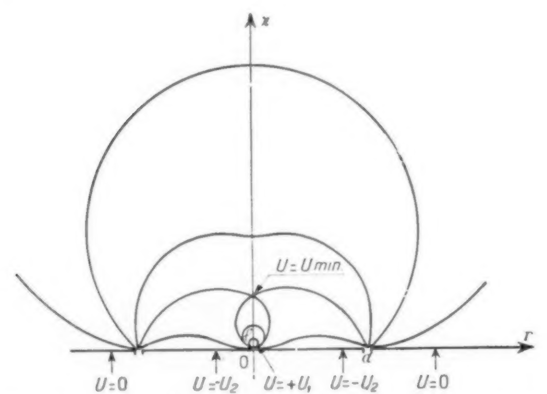


Fig. 18. — Potentiel d'une charge positive quasi ponctuelle posée sur un disque chargé négativement, lui-même posé sur un plan au potentiel o.

la densité du faisceau primaire. Il est déjà intéressant de se faire une idée du potentiel auquel se charge l'aire dans cette configuration, en l'absence de charge d'espace. On a vu que le champ extracteur au centre du disque avait la valeur $\frac{U_2}{a}$. U_2 étant le potentiel du disque par rapport à l'entourage et a son rayon. Une petite aire bombardée de rayon b au centre de ce disque se chargera donc par rapport à celui-ci d'après les conclusions du paragraphe traitant la troisième configuration à une valeur $\frac{U_2}{a}b$. On aura donc, par rapport à l'infini

$$\lim_{b \ll a,\, U_2 \gg U_0} U_1 = -U_2 + U_2 \frac{b}{a},$$

cette relation étant valable pour une section de faisceau petite par rapport au diamètre du disque négatif, et des potentiels de celui-ci notablement supérieurs au potentiel d'éjection des électrons secondaires. On voit que, b étant petit devant a, le potentiel de l'aire bombardée se différencie à peine de celui du reste du disque de charges négatives.

1.3. Trajectoires exactes des électrons secondaires émis en gerbe par une aire quasi ponctuelle à son potentiel d'équilibre. Effet de redistribution des électrons secondaires en l'absence de charge d'espace dans un iconoscope lors du passage du faisceau d'exploration.

Il est intéressant de calculer les éléments exacts des trajectoires des électrons secondaires, car le calcul nous permettra de savoir où se dirigent ces électrons, ainsi que de connaître le temps de transit des électrons secondaires vers le collecteur.

Après avoir calculé la perte de définition par redistribution des électrons secondaires dans l'iconoscope lors de l'analyse par un faisceau d'exploration de faible intensité, nous calculerons la charge globale formée par les électrons secondaires se trouvant à un moment donné entre l'isolant et la collecteur.

1.3.1. Éléments exacts des trajectoires des électrons secondaires émis par un point chargé positivement posé sur un plan de potentiel o. — Nous avons donc tout d'abord à nous occuper du mouvement des électrons secondaires dans le champ potentiel de la première configuration étudiée au paragraphe précédent, ce qui revient à étudier le mouvement d'un point matériel dans le champ d'un dipôle. On supposera que la charge déposée sur l'isolant est positive, de sorte que

$$U_1 > 0$$

et l'on se propose d'étudier le mouvement d'un électron quittant le point chargé positivement avec une vitesse donnée. Nous appellerons comme précédement U_0 le potentiel correspondant à la vitesse d'éjection. Pour un électron se trouvant dans l'espace, l'énergie cinétique T s'écrira, en coordonnées polaires α et r,

$$T = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + \dot{\alpha}^2 r^2) = \frac{1}{2} m l^2 x^2 \left(\frac{\dot{x}^2}{x^2} + \dot{\alpha}^2 \right),$$

les points placés sur les lettres indiquant une dérivation par rapport au temps. La lettre l représente l'extension selon l'axe de la sphérule au potentiel U_1 et x la coordonnée radiale sans dimension égale à $\frac{r}{l}$, comme dans le paragraphe précédent. L'énergie potentielle de l'électron en chaque point de l'espace est égale à la valeur du potentiel en ce point multipliée par la charge de l'électron

$$V = eU = eU_1 \frac{\cos\alpha}{x^2},$$

où e est la charge de l'électron ($e = -1{,}6.10^{-19}$ As).

L'énergie cinétique T est positive, l'énergie potentielle V négative car U_1 est positif et qu'il s'agit d'une charge négative.

L'allure générale du mouvement sera la suivante: La charge déposée sur l'isolant étant positive, l'électron sera soumis à une force qui tendra à le ramener vers le domaine chargé. Mais si son énergie cinétique est assez grande, il s'éloignera indéfi-

niment. La condition suffisante pour cela est que

$$U_e > U_1$$

puisque U_1 représente le potentiel de rappel. Si U_0 désigne le potentiel correspondant à la vitesse de partage des électrons secondaires, dépendant du taux d'émission secondaire, on voit que c'est effectivement au potentiel

$$U_1 = U_0$$

que se charge l'isolant pour qu'il y ait équilibre. Nous supposerons que c'est bien à U_0 qu'est chargé l'isolant et continuerons le calcul avec U_0.

Il est pratique de considérer une nouvelle variable ρ définie par

$$x = e^{\rho} = \frac{r}{l},$$

où e représente la base des logarithmes naturels. Comme cette lettre sera toujours affectée d'un exposant, il ne saurait y avoir confusion avec la charge de l'électron.

Les énergies cinétique et potentielle exprimées à l'aide de cette nouvelle variable ρ et de α deviennent

$$T = \frac{1}{2} ml^2 e^{2\rho} (\dot{\rho}^2 + \dot{\alpha}^2),$$

$$V = \frac{1}{ml^2 e^{2\rho}} ml^2 e U_0 \cos\alpha.$$

L'équation de Lagrange pour la coordonnée ρ donne

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\rho}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \rho} = -\frac{\partial V}{\partial \rho},$$

soit

$$\frac{d}{dt} ml^2 e^{2\rho} \dot{\rho} - 2T = 2V.$$

En multipliant par $2ml^2 e^{2\rho} \dot{\rho}$, il vient

$$\frac{d}{dt}(ml^2 e^{2\rho} \dot{\rho})^2 = 2(T + V)\frac{d}{dt} ml^2 e^{2\rho}$$

et, par intégration,

$$\frac{1}{2}(ml^2 e^{2\rho} \dot{\rho})^2 = (T + V) ml^2 e^{2\rho} + C_1.$$

De même, pour la coordonnée α de l'équation de Lagrange on aura

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} = -\frac{\partial V}{\partial \alpha},$$

d'où

$$\frac{d}{dt} ml^2 e^{2\rho} \dot{\alpha} = \frac{1}{ml^2 e^{2\rho}} ml^2 e U_0 \sin\alpha.$$

Nous multiplions par $2ml^2 e^{2\rho} \dot{\alpha}$ et obtenons

$$\frac{d}{dt}(ml^2 e^{2\rho} \dot{\alpha})^2 = 2 ml^2 e U_0 \sin\alpha . \dot{\alpha}$$

ou, en intégrant,

$$\frac{1}{2}(ml^2 e^{2\rho} \dot{\alpha})^2 = -ml^2 e U_0 \cos\alpha + C_2.$$

En additionnant les deux équations on trouve

$$ml^2 e^{2\rho} T = ml^2 e^{2\rho}(T + V) + C_1 - ml^2 e U_0 \cos\alpha + C_2.$$

Comme l'avant-dernier terme $-ml^2 eU_0 \cos\alpha$ du membre de droite n'est autre que $ml^{2\rho}e^2\ V$ on voit qu'il reste

$$C_1 + C_2 = 0.$$

La détermination de ces constantes se fait au moyen des conditions aux limites. A l'instant initial, l'électron quitte le point (x_0, α_0) avec une énergie cinétique

$$T_0 = -eU_e = \frac{1}{2} ml^2 (x_0^2 \dot{\alpha}_0^2 + \dot{x}_0^2).$$

En reportant la valeur initiale

$$T_0 + V_0 = -e(U_e - U_0)$$

dans la première équation, on trouve

$$C_1 = ml^2 x_0^2 \left[\frac{1}{2} ml^2 \dot{x}_0^2 + e(U_e - U_0)\right] = -C_2.$$

La première équation différentielle du mouvement, réinscrite avec la valeur explicite de C_1, devient

$$\frac{1}{2} ml^2 x^2 \dot{x}^2 = -e(U_e - U_0) x^2 + x_0^2 \left[\frac{1}{2} ml^2 x_0^2 + e(U_e - U_0)\right]$$

et la seconde équations, de même,

$$\frac{1}{2} ml^2 x^4 \dot{\alpha}^2 = -eU_0 \cos\alpha - x_0^2 \left[\frac{1}{2} ml^2 \dot{x}_0^2 + e(U_e - U_0)\right].$$

On peut remplacer ici x_0 et $\dot{x}_0$ par leurs valeurs tirées de

$$x_0^2 = \cos\alpha_0, \qquad \frac{1}{2} ml^2 \dot{x}_0^2 = -eU_e - \frac{1}{2} ml^2 x_0^2 \dot{\alpha}_0^2$$

et l'on obtient l'équation plus simple

$$\frac{1}{2} ml^2 x^4 \dot{\alpha}^2 = -eU_0(\cos\alpha - \cos\alpha_0) + \frac{1}{2} ml^2 x_0^4 \dot{\alpha}_0^2.$$

Il est commode d'introduire une variable temps sans dimension physique en posant

$$\tau = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{-2e}{m} U_0}\, t.$$

Cette équation représente le temps divisé par une durée de référence égale au temps que met un électron de vitesse U_0 pour parcourir la distance l.

Les équations se simplifient alors et prennent la forme suivante

$$x^2\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 - x_0^2\left(\frac{dx}{d\tau}\right)_0^2 = \left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right)(x^2 - x_0^2)$$

ou bien, en prenant x^2 pour variable indépendante

$$\frac{1}{4}\left(\frac{dx^2}{d\tau}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{dx^2}{d\tau}\right)_0^2 = \left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right)(x^2 - x_0^2)$$

et

$$x^4\left(\frac{d\alpha}{d\tau}\right)^2 - x_0^4\left(\frac{d\alpha}{d\tau}\right)_0^2 = \cos\alpha - \cos\alpha_0.$$

La première équation au moins ne contient qu'une des variables. Les variables étant maintenant séparées dans les équations du mouvement, nous pouvons intégrer l'une après l'autre ces deux équations différentielles.

a. Première équation différentielle du mouvement. — Il y a naturellement deux cas à considérer, suivant que le potentiel d'éjection U_e est plus petit ou plus grand que le potentiel de rappel U_0.

1er *cas* : $U_e < U_0$. — On voit, en examinant l'équation différentielle, que la vitesse décroît constamment depuis le début du mouvement, pour s'annuler en un point extrême de la trajectoire dont l'abscisse x_{ext} est donnée par

$$x_{ext}^2 - x_0^2 = \frac{\frac{1}{4}\left(\frac{dx^2}{d\tau}\right)_0^2}{1 - \frac{U_e}{U_0}}.$$

Si l'on introduit cette valeur dans l'équation, elle prend la forme plus simple

$$\frac{1}{4}\left(\frac{dx^2}{d\tau}\right)^2 = \left(1 - \frac{U_e}{U_0}\right)(x_{ext}^2 - x^2)$$

et s'intègre par parties

$$d\tau = \frac{dx^2}{2\sqrt{\left(1 - \frac{U_e}{U_0}\right)(x_{ext}^2 - x^2)}} = -d\sqrt{\frac{x_{ext}^2 - x^2}{1 - \frac{U_e}{U_0}}}.$$

Si l'on fait coïncider l'origine des temps avec le point extrême de la trajectoire, on a

$$\tau_{ext} = 0$$

et la constante d'intégration devient nulle, de sorte que

$$\tau = \pm\sqrt{\frac{x_{ext}^2 - x^2}{1 - \frac{U_e}{U_0}}}$$

ou bien

$$x^2 = x_{ext}^2 - \left(1 - \frac{U_e}{U_0}\right)\tau^2.$$

Cette équation permet de conclure à un résultat important. C'est que le mouvement de l'électron secondaire qui retourne sur le point bombardé s'effectue d'une façon symétrique dans le temps par rapport au point extrême de la trajectoire. En effet, l'équation ne contient que τ^2.

Comme application particulièrement simple, traitons le cas de l'éjection radiale. C'est ainsi que nous appellerons le cas caractérisé par la relation

$$\dot\alpha_0 = 0,$$

c'est-à-dire que la vitesse tangentielle est nulle au départ. En d'autres termes, l'électron quitte le point de l'équipotentielle U_0 avec une vitesse dont le vecteur est dirigé suivant l'axe qui joint ce point à l'origine. Il est utile de rappeler à cet égard la relation à laquelle obéissent les points sur l'équipotentielle de départ, de laquelle on suppose que les électrons sont éjectés, et qui est

$$x_0^2 = \frac{r_0^2}{l^2} = \cos\alpha_0.$$

Dans le cas de l'éjection radiale, l'équation pour l'énergie cinétique se réduit à

$$-eU_e = \frac{1}{2}ml^2\dot x_0^2$$

et l'on a

$$\frac{U_e}{U_0} = -\frac{1}{2}\frac{ml^2}{eU_0}\dot x_0^2 = \left(\frac{dx}{d\tau}\right)_0^2,$$

d'où encore

$$\frac{1}{4}\left(\frac{dx^2}{d\tau}\right)_0^2 = x_0^2\frac{U_e}{U_0}.$$

En portant cette valeur dans l'expression trouvée plus haut pour x_{ext}^2, il vient

$$x_{ext}^2 - x_0^2 = x_0^2\frac{\frac{U_e}{U_0}}{1 - \frac{U_e}{U_0}}$$

ou encore

$$\left(\frac{x_{ext}}{x_0}\right)^2 = \frac{1}{1 - \frac{U_e}{U_0}}.$$

Cette équation simple montre que les électrons qui s'éloignent sur le côté vont moins loin que les électrons se dirigeant dans l'axe du système puisque leur valeur de x_0 est plus petite. Pour $U_e = U_0$ le point extrême de la trajectoire est reporté à l'infini, quel que soit l'angle d'éjection.

Quant à la durée du parcours aller et retour d'un électron, elle peut également se mettre sous une forme très simple dans le cas de l'éjection radiale.

En se reportant à l'équation qui donne x^2 en fonction de τ, on obtient si l'on remplace x^2 par x_0^2 et qu'on utilise la relation que nous venons de trouver

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{x_{ext}^2 - x_0^2}{1 - \frac{U_e}{U_0}}} = \frac{x_0}{1 - \frac{U_e}{U_0}} \sqrt{\frac{U_e}{U_0}},$$

τ_0 désignant le temps réduit mis par l'électron pour faire le parcours allant de l'équipotentielle d'éjection jusqu'au point extrême de sa trajectoire.

Application numérique. — Supposons que nous ayons les valeurs suivantes, qu'on rencontre en pratique

$$l = 5.10^{-2}\ \text{cm}, \qquad x_0 = 1, \qquad U_0 = 1\ \text{V}, \qquad U_e = 0{,}5\ \text{V}.$$

Il vient

$$\sqrt{\frac{-2e}{m} U_0} = 60.10^6\ \text{cm/s},$$

$$t = \tau \frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m} U_0}} = \frac{5.10^{-2}}{6.10^7} \tau = 8.10^{-10}\ \tau\,\text{s},$$

$$x_{ext} = \frac{r_{ext}}{l} = \sqrt{2}, \qquad \tau_0 = \sqrt{2}, \qquad t_0 = 1{,}1.10^{-9}\ \text{s}.$$

Ce calcul nous permet d'aboutir à deux conclusions. La première, étant qu'une bonne partie des électrons reste à proximité du point chargé, la seconde, que le temps de parcours a l'ordre de grandeur 10^{-9} s, ce qui assure les performances d'un tube à accumulation de charges. Cependant nous devons encore voir quel est le temps de transit des électrons qui partent vers le collecteur, car il peut être beaucoup plus grand. Pour cela nous devons étudier le second cas, où la vitesse d'éjection de l'électron se trouve au-dessus de la vitesse de partage correspondant à U_0.

2e *cas :* $U_e > U_0$. — Considérons encore le cas de l'éjection radiale. L'équation différentielle pour x^2 s'écrit, en remplaçant l'expression initiale de la dérivée par sa valeur pour l'éjection radiale

$$\frac{1}{4}\left(\frac{dx^2}{d\tau}\right) = \left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right) x^2 + x_0^2$$

et s'intègre par parties comme suit

$$d\tau = \frac{dx^2}{2\sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right) x^2 + x_0^2}}$$

$$= \frac{1}{\frac{U_e}{U_0} - 1}\, d\sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right) x^2 + x_0^2}$$

et

$$\tau = \frac{1}{\frac{U_e}{U_0} - 1} \sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right) x^2 + x_0^2} + \text{const.}$$

Il est raisonnable, pour l'électron qui part définitivement, de placer l'origine des temps au moment du départ, soit pour $x = x_0$ dans l'équation ci-dessus. On trouve alors pour la constante d'intégration

$$\text{const.} = -x_0 \frac{\sqrt{\frac{U_e}{U_0}}}{\frac{U_e}{U_0} - 1}$$

et le temps réduit τ_c mis pour atteindre un collecteur situé à la distance réduite x_c est

$$\tau_c = \frac{1}{\frac{U_e}{U_0} - 1} \left[\sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right) x_c^2 + x_0^2} - x_0 \sqrt{\frac{U_e}{U_0}}\right]$$

et l'expression valable pour des collecteurs éloignés par rapport aux dimensions du faisceau s'écrit

$$\lim_{x_c \to \infty} \tau_c = \frac{x_c}{\sqrt{\frac{U_e}{U_0} - 1}}.$$

Application numérique. — Pour une valeur de $x_c = 100$, qui correspond à un éloignement du collecteur de 5 cm pour le diamètre choisi du faisceau de 0,5 mm, on trouve, pour $U_e = 1{,}5\ U_0$ un temps de transit de

$$t = 2.10^2.8.10^{-10}\ \text{s} = 1{,}1.10^{-7}\ \text{s},$$

ce qui correspond à des fréquences touchant déjà les bandes video.

On voit donc qu'il faut être extrêmement prudent quand on veut transmettre une information par échange d'électrons entre un diélectrique et un collecteur éloigné.

b. Seconde équation différentielle de mouvement. — Dans le cas de l'éjection radiale, qui est le seul qu'il convient d'examiner à notre degré d'approximation du champ d'une charge ponctuelle par un champ de dipôle, l'équation différentielle pour la coordonnée angulaire se réduit à

$$x^4 \left(\frac{d\alpha}{d\tau}\right)^2 = \cos\alpha - \cos\alpha_0.$$

Déjà l'examen de cette équation révèle que la coordonnée angulaire de l'électron est toujours inférieure à sa coordonnée initiale en valeur absolue

$$|\alpha| < |\alpha_0|.$$

En effet, le membre de gauche étant un carré, il faut qu'on ait toujours

$$\cos\alpha - \cos\alpha_0 > 0.$$

Rappelons que l'angle α est compté à partir de l'axe du dipôle, c'est-à-dire de la perpendiculaire au plan de l'isolant. C'est dire qu'après son éjection sous l'angle α_0 supposé positif l'électron est soumis à une force qui le ramène vers l'axe. S'il dépasse celui-ci, sa coordonnée α peut croître en valeur absolue, mais ne peut dépasser $-\alpha_0$. On aura donc la relation entre différentielles

$$\mp \frac{d\alpha}{\sqrt{\cos\alpha - \cos\alpha_0}} = \frac{d\tau}{x^2},$$

le signe moins étant valable tant que l'angle décroît, c'est-à-dire quand l'électron se dirige vers la coordonnée $-\alpha_0$, et le signe plus quand l'angle croît, c'est-à-dire quand l'électron se dirige vers des coordonnées angulaires positives.

Dans la dernière formule X est une fonction du temps que nous avons indiquée plus haut dans les deux cas où U_e est plus petit ou plus grand que U_0. Nous allons donc d'abord remplacer le membre de gauche à l'aide des formules trouvées au paragraphe précédent, en le mettant sous la forme d'une différentielle ne contenant plus que la coordonnée X et dans laquelle est supprimé le temps. La relation ci-dessus donnera alors directement la trajectoire.

Dans le premier cas, où les électrons reviennent ($U_e < U_0$) on a

$$\frac{d\tau}{x^2} = \mp \frac{1}{\sqrt{1-\frac{U_e}{U_0}}}\,\frac{d\sqrt{x_{ext}^2 - x^2}}{x^2}$$

$$= \mp \frac{1}{x_{ext}\sqrt{1-\frac{U_e}{U_0}}}\,\frac{d\sqrt{1-\left(\frac{x}{x_{ext}}\right)^2}}{1-\left(1-\frac{x^2}{x_{ext}^2}\right)^2}$$

$$= \mp \frac{1}{x_0}\, d\,\operatorname{arc\,th}\sqrt{1-\left(\frac{x}{x_{ext}}\right)^2}.$$

Le signe moins est valable pour la partie de la trajectoire de l'électron avant l'extremum et le signe plus est valable au delà de ce point.

Dans le second cas, où les électrons s'éloignent indéfiniment, on a

$$\frac{d\tau}{x^2} = \frac{1}{\frac{U_e}{U_0}-1}\,\frac{d\sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0}-1\right)x^2 + x_0^2}}{x^2}$$

$$= -\frac{1}{x_0}\, d\,\operatorname{arc\,coth}\sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0}-1\right)\frac{x^2}{x_0^2}+1}.$$

On aura donc dans le premier cas, en intégrant depuis le début du mouvement jusqu'à un instant quelconque

$$\int \frac{d\tau}{x^2} = -\frac{1}{x_0}\left[\operatorname{arc\,th}\sqrt{1-\left(\frac{x}{x_{ext}}\right)^2}\,\right]_{x_0}^{x}$$

si l'électron n'a pas encore atteint l'extremum de sa trajectoire, et

$$\int \frac{d\tau}{x^2} = \frac{1}{x_0}\operatorname{arc\,th}\sqrt{1-\left(\frac{x_0}{x_{ext}}\right)^2} + \frac{1}{x_0}\operatorname{arc\,th}\sqrt{1-\left(\frac{x}{x_{ext}}\right)^2}$$

s'il est au delà de cet extremum. Dans le second cas on aura

$$\int \frac{d\tau}{x^2} = -\frac{1}{x_0}\left[\operatorname{arc\,coth}\sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0}-1\right)\frac{x^2}{x_0^2}+1}\,\right]_{x_0}^{x}.$$

Quant à l'intégrale en α, posons

$$\Phi(\alpha) = -\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\cos\alpha - \cos\alpha_0}} \qquad (0 \leq \alpha \leq \alpha_0)$$

l'intégrale que nous avons à résoudre n'est autre que

$$-\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\cos\alpha - \cos\alpha_0}} = \Phi(\alpha) \qquad \text{si}\quad 0 \leq \alpha \leq \alpha_0$$

et

$$= 2\Phi(0) - \Phi(-\alpha) \qquad \text{si}\quad -\alpha_0 \leq \alpha \leq 0$$

et ainsi de suite si l'électron oscille plusieurs fois entre les coordonnées α_0 et $-\alpha_0$, les contributions de l'intégrale dans chaque nouveau domaine s'ajoutant aux précédents.

L'intégrale ci-dessus est une intégrale elliptique qui se ramène à un type connu de la façon suivante. On pose

$$\cos\alpha = u, \qquad \cos\alpha_0 = u_0,$$

et l'on obtient

$$\Phi = \int_{u_0}^{u} \frac{du}{\sqrt{(1-u)(u-u_0)(1+u)}}.$$

On pose ensuite

$$t = \sqrt{\frac{1+u_0}{1+u}}$$

et l'on obtient

$$\Phi = \sqrt{2}\int_{\sqrt{\frac{1+u_0}{1+u}}}^{1} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)\left(t^2 - \frac{1+u_0}{2}\right)}}.$$

En posant maintenant

$$2\,\frac{1-t^2}{1-u_0} = y^2,$$

on obtient

$$y = \sqrt{2}\int_0^{\sqrt{\frac{2}{1-u_0}\frac{u-u_0}{1+u}}} \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)\left(1-\frac{1-u_0}{2}y^2\right)}}$$
$$= \sqrt{2}F(k, \varphi),$$

avec

$$k = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha_0}{2}}, \qquad \sin\varphi = \sqrt{\frac{2}{1-\cos\alpha_0}\frac{\cos\alpha-\cos\alpha_0}{1+\cos\alpha}}$$

et où $F(k, \varphi)$ est l'intégrale elliptique de première espèce sous la forme normale de Legendre, de module k et d'argument φ. La relation ainsi trouvée n'est valable que pour

$$\varphi \leqq \frac{\pi}{2}, \qquad 0 \leqq \alpha \leqq \alpha_0.$$

Ce calcul va nous donner un premier résultat intéressant. C'est le site α_{ext} pour lequel un électron qui s'éloigne sous l'angle initial α_0 avec une vitesse supérieure à la vitesse de partage atteint l'extremum de sa trajectoire. Pour cet extremum on a trouvé la relation

$$\sqrt{2}F(k, \varphi_{ext}) = \frac{1}{\sqrt{\cos\alpha_0}}\operatorname{arc\,th}\sqrt{\frac{U_e}{U_0}}, \qquad 0 \leqq \alpha_{ext} \leqq \alpha_0.$$

On voit que les trajectoires des électrons s'éloignant sous un angle donné avec des vitesses initiales de plus en plus grandes sont des trajectoires dont les extremums se rapprochent de l'axe $\alpha = 0$. La trajectoire dont l'extremum est sur l'axe se caractérise par une énergie d'éjection U_e qu'on peut tirer de

$$\sqrt{2}F\left(k, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\cos\alpha_0}}\operatorname{arc\,th}\sqrt{\frac{U_e}{U_0}}.$$

Plus les énergies d'éjection se rapprochent de U_0, plus les électrons vont loin. La fonction arc th croissant indéfiniment, l'influence de l'intégrale sur la coordonnée angulaire devient de plus en plus grande. L'extremum de la trajectoire se déplace donc vers les α négatifs, atteint $-\alpha_0$, revient vers les α positifs et ainsi de suite. Un électron dont le potentiel d'éjection est voisin de U_0 peut ainsi osciller plusieurs fois entre α_0 et $-\alpha_0$ avant de retomber sur le dipôle, ainsi qu'il est représenté à la figure 19.

Un second résultat qu'on peut également tirer du calcul de la coordonnée angulaire des trajectoires est la position de l'asymptote pour la trajectoire d'un électron s'éloignant indéfiniment. Cette trajectoire s'écrit, pour x tendant vers l'infini

$$\sqrt{2}F(\alpha, \varphi_{as}) = \frac{1}{x_0}\operatorname{arc\,coth}\sqrt{\frac{U_e}{U_0}},$$

où φ_{as} représente l'argument correspondant à l'asymptote. La discussion de cette dernière relation permet de se faire une idée des trajectoires possibles. Le

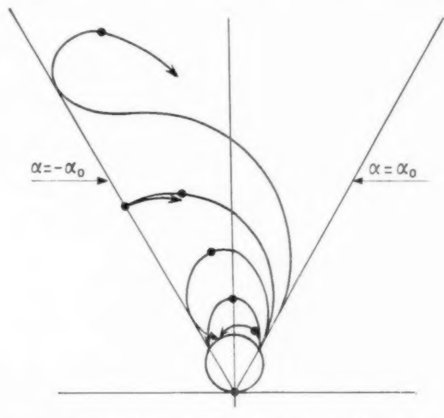


Fig. 19. — Trajectoires des électrons secondaires émis normalement sous un angle α_0 avec des vitesses croissantes mais inférieures à la vitesse de partage.

premier cas limite est donné par des énergies d'éjection U_e très grandes par rapport à U_0. Le membre de droite est alors très petit. La fonction F qui est proportionnelle à son argument pour de faibles valeurs, l'est aussi. L'argument φ_{as} doit donc devenir petit, ce qui n'est possible que si α ne s'écarte pas de α_0. On a donc

$$\lim_{U_e \gg U_0} \alpha_s = \alpha_0.$$

Les électrons sont à peine influencés par le champ du dipôle.

Lorsque les vitesses d'éjection décroissent, les trajectoires sont davantage influencées par le champ du dipôle. Celle qui a par exemple une asymptote parallèle à l'axe $\alpha = 0$ correspond à une énergie d'éjection donnée par

$$\sqrt{2}F\left(k, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\cos\alpha_0}}\operatorname{arc\,coth}\sqrt{\frac{U_e}{U_0}}.$$

Lorsque U_e se rapproche de U_0 par valeurs supérieures le membre de droite devient toujours plus grand, et l'influence de l'intégrale sur la coordonnée angulaire doit donc aussi être de plus en plus importante, ce qui montre que les électrons moins rapides ont de plus en plus tendance à osciller entre les limites $-\alpha_0$ et $+\alpha_0$ avant de trouver leur asymptote,

ainsi qu'il est représenté sur la figure 20. A la limite $U_c = U_0$ les deux mouvements oscillatoires se confondent.

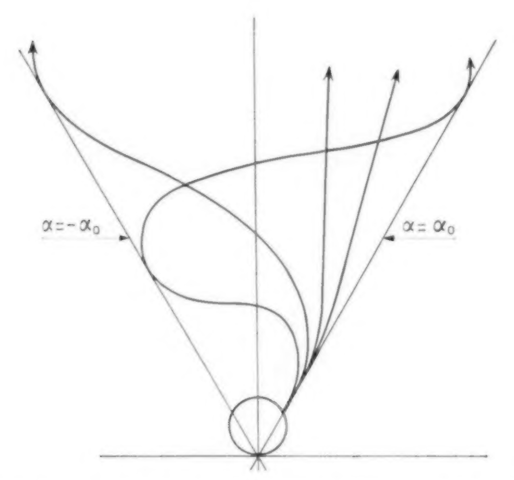


Fig. 20. — Trajectoires des électrons secondaires émis radialement sous un angle α_0 avec des vitesses décroissantes mais supérieures à la vitesse de partage.

1.3.2. Redistribution des électrons secondaires dus au faisceau d'exploration dans un iconoscope, pour un faisceau de faible intensité. — Nous admettrons que le faisceau d'analyse n'ait qu'une faible intensité. Nous serons donc dans le cas où les électrons secondaires ne produisent pas une charge d'espace notable et ont, par conséquent, le mouvement qui vient d'être étudié. Dans ces conditions, examinons comment est modifié le mouvement des électrons secondaires lorsqu'au champ du dipôle dans lequel ils se meuvent est superposé le champ provenant de charges préalablement disposées sur la cible. Prenons comme exemple le cas où la partie de la cible située d'un côté du faisceau d'exploration est portée à un potentiel de U_1 V supérieur au reste. Nous examinons naturellement le cas où le faisceau est immobile mais c'est bien ce qui se produit lors de l'analyse de l'image dans un iconoscope, le faisceau déchargeant au fur et à mesure de sa progression le relief de champs qu'il a devant lui, pour laisser derrière lui un niveau inférieur. Il est donc toujours, en première approximation, à la limite entre deux demi-plans chargés différemment. Si le faisceau avance assez lentement, on peut admettre que l'aire bombardée se trouve portée au potentiel d'équilibre U_0 pendant la plus grande partie du temps où elle est atteinte par des électrons. La figure 21 fera mieux comprendre la répartition des potentiels envisagée pour le calcul.

Nous nous proposons d'étudier l'ordre de grandeur de la perte de définition due au fait qu'au cours de leur mouvement d'aller et retour les électrons secondaires qui n'atteignent pas le collecteur sont déportés vers le demi-plan au potentiel U_1 et retombent sur celui-ci en en modifiant la charge, au lieu de regagner l'aire de percussion du faisceau.

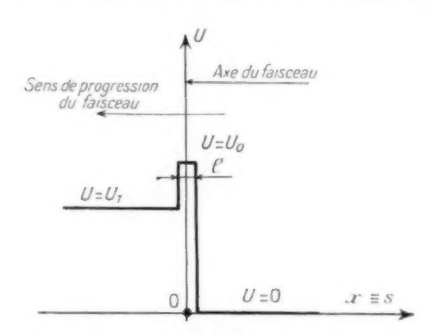


Fig. 21. — Répartition schématique du potentiel le long d'une ligne analysée par un faisceau d'électrons d'extension l.

Nous pourrons ainsi juger la perte de définition qui se produirait au cours de l'analyse d'un relief de charge par un faisceau d'électrons rapides, dans le cas où il n'y aurait pas de charge d'espace.

Pour obtenir l'ordre de grandeur de l'effet il nous suffit de considérer un électron émis selon l'axe perpendiculaire à la surface. Soumis au seul champ de dipôle, tout son mouvement aurait lieu le long de cet axe. Cet électron est de plus soumis au champ dû à la différence de potentiel U_1 entre les demi-plans situés des deux côtés du faisceau. Ces lignes de force coupent toutes l'axe du dipôle perpendiculairement. Si l'on suppose que, sous l'influence de cette nouvelle force, l'électron s'écarte peu de l'axe, on peut admettre que le nouveau champ ne modifie pas le mouvement dans la direction

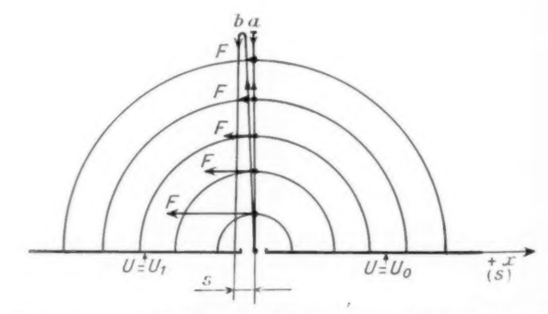


Fig. 22. — Trajectoires de l'électron secondaire émis dans l'axe, a non perturbée et b' perturbée par le champ des forces F due au demi-plan au potentiel U_1.

perpendiculaire à la cible et calculer séparément son mouvement dans la direction $s = -X$ ainsi qu'il est représenté à la figure 22. Pour des valeurs de U_1 plus petites ou notablement plus petites que U_0

$$U_1 < U_0 \qquad \text{ou} \qquad U_1 \ll U_0.$$

on a donc pour le mouvement selon la direction x que nous appellerons $-s$ pour ne pas confondre avec la grandeur de calcul $x = \frac{r}{l}$ l'équation de Newton

$$m\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = -e\frac{\partial U}{\partial s},$$

où U représente le potentiel dû au demi-plan U_1, soit en coordonnées polaires r, θ,

$$U(r, \theta) = \frac{\theta}{\pi} U_1.$$

Il vient donc, puisque

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta},$$

la relation

$$m\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{eU_1}{\pi r}.$$

En utilisant les abréviations

$$\frac{1}{l}\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}\,t = \tau, \qquad \frac{r}{l} = x, \qquad \frac{s}{l} = \sigma, \qquad 1 - \frac{U_e}{U_0} = \nu,$$

où U_e est l'énergie d'éjection de l'électron considéré, on obtient

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}\tau^2} = \frac{1}{2\pi}\frac{U_1}{U_0}\frac{1}{x}$$

dans laquelle x avait été déterminé en fonction du temps dans le calcul du paragraphe 1.3.1 :

$$x = \sqrt{x_{\text{ext}}^2 - \nu\tau^2} = \frac{1}{\sqrt{\nu}}\sqrt{1 - \nu^2\tau^2},$$

car

$$x_{\text{ext}}^2 = \frac{x_0^2}{\nu}, \qquad x_0 = 1.$$

Une première intégration par rapport au temps réduit τ fournit l'équation

$$\frac{1}{2\pi}\frac{U_1}{U_0}\int_{-\tau_0}^{\tau}\frac{\mathrm{d}\tau}{x} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\nu}}\frac{U_1}{U_0}(\operatorname{arc\,sin}\nu\tau + \operatorname{arc\,sin}\nu\tau_0) = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\tau},$$

car l'origine de temps avait été placée à l'extremum de la trajectoire de sorte que l'éjection, pour laquelle $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\tau}$ est naturellement nul, doit être considérée comme ayant lieu à l'instant

$$-\tau_0 = -\frac{\sqrt{1-\nu}}{\nu}.$$

Une seconde intégration, qu'on peut étendre jusqu'à $+\tau_0$, correspondant à l'instant où l'électron revient sur l'isolant, donnera directement le déport de l'électron

$$\sigma = \int_{\tau_0}^{+\tau_0}\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{2\pi\sqrt{\nu}}\frac{U_1}{U_0}\int_{\tau_0}^{+\tau_0}(\operatorname{arc\,sin}\nu\tau + \operatorname{arc\,sin}\nu\tau_0)\,\mathrm{d}\tau$$

$$= \frac{1}{2\pi}\frac{U_1}{U_0}\frac{1}{\nu^{\frac{3}{2}}}\Big(\nu\tau\operatorname{arc\,sin}\nu\tau + \sqrt{1-\nu^2\tau^2} + \nu\tau\operatorname{arc\,sin}\nu\tau_0\Big)_{-\tau_0}^{+\tau_0}$$

$$= \frac{1}{\pi}\frac{U_1}{U_0}\frac{1}{\nu^{\frac{3}{2}}}\nu\tau_0\operatorname{arc\,sin}\nu\tau_0$$

$$= \frac{1}{\pi}\frac{U_1}{U_0}\frac{\sqrt{1-\nu}}{\nu^{\frac{3}{2}}}\operatorname{arc\,sin}\sqrt{1-\nu}.$$

Il vient enfin

$$\frac{s}{l} = \frac{1}{\pi}\frac{U_1}{U_0}\frac{\sqrt{\frac{U_e}{U_0}}}{\left(1 - \frac{U_e}{U_0}\right)^{\frac{3}{2}}}\operatorname{arc\,sin}\sqrt{\frac{U_e}{U_0}}.$$

Les électrons qui sont les plus déportés sont naturellement ceux qui vont le plus loin avant de revenir, c'est-à-dire ceux dont l'énergie d'éjection U_e est voisine de U_0. On peut alors simplifier cette relation de la manière suivante :

$$\lim_{1-\frac{U_e}{U_0} \ll 1}\frac{s}{l} = \frac{1}{2}\frac{U_1}{U_0}\frac{1}{\left(1 - \frac{U_e}{U_0}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Par exemple, pour $\frac{U_1}{U_0} = \frac{1}{2}$ et $\frac{U_e}{U_0} = \frac{9}{10}$ on aurait

$$\frac{s}{l} = \frac{10^{\frac{3}{2}}}{4} = 7{,}5,$$

c'est-à-dire une valeur supérieure à l'ordre de grandeur où notre calcul de perturbation balistique serait applicable. On voit que l'on a une perte de définition et que si l'on veut l'éviter, il est nécessaire que le potentiel U_1 soit faible par rapport à U_0. Ainsi, indépendamment de la charge d'espace, qui augmente l'effet de redistribution des électrons, si l'on veut éviter la perte de définition il faut limiter la capacité d'accumulation d'un analyseur à électrons rapides à cause de cet effet à des potentiels de charge notablement inférieurs à U_0. Inversement, si l'on travaille avec des potentiels de charge U_1

allant jusqu'à U_0, on est forcé d'utiliser des faisceaux d'une finesse supérieure à celle exigée de l'image. Mais de tels faisceaux présentent alors une charge d'espace notable. Il convient donc d'en étudier les effets.

1.4. Évaluation de la charge d'espace et de la barrière de potentiel causée par celle-ci dans le cas où la charge d'espace est encore faible. Limitation de courant lors du dépôt de charges par un faisceau concentré.

Les éléments exacts des trajectoires des électrons secondaires, que nous avons trouvés au paragraphe précédent, vont nous permettre de calculer d'abord la charge globale se trouvant à un instant donné entre la cible et le collecteur. Cette charge est déterminante pour tout tube à accumulation. La barrière de potentiel qu'elle introduit entrave l'échange des électrons entre la surface et le collecteur. Dans le présent paragraphe nous nous proposons ensuite d'une façon plus générale, en partant de mouvements d'électrons calculés pour des charges négligeables de déterminer l'ordre de grandeur du courant d'émission pour lequel le mouvement des électrons calculé sans charge d'espace commence à ne plus être valable. Cet ordre de grandeur déterminera celui de l'intensité du faisceau incident à partir duquel la charge d'espace influence d'une façon notable le mouvement des électrons secondaires. Ce genre de considérations est fondamental pour l'étude des tubes à mémoire où les charges sont déposées par des faisceaux concentrés.

1.4.1. Valeur globale de la charge d'espace se trouvant au-dessus du point d'impact d'un faisceau mince de faible intensité, en fonction de l'éloignement du collecteur. — Le cas précédemment examiné du mouvement des électrons secondaires dans le champ d'un dipôle s'applique parfaitement bien aux cas d'un faisceau mince, donnant une tache quasi ponctuelle, et de faible intensité. Nous avions calculé le temps de parcours des électrons qui était, pour un électron revenant à son point d'origine,

$$t = 2\tau_0 \frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m} U_0}} = 2 \frac{\cos\alpha}{1 - \frac{U_e}{U_0}} \sqrt{\frac{U_e}{U_0}} \frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m} U_0}}$$

$$(U_e < U_0)$$

et pour un électron gagnant le collecteur à une distance réduite x_c

$$t = \frac{1}{\frac{U_e}{U_0} - 1} \left[\sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right) x_c^2 + \cos^2\alpha} - \cos\alpha \sqrt{\frac{U_e}{U_0}} \right]$$

$$(U_e > U_0)$$

pour une énergie d'éjection U_e et un angle d'éjection α.

Nous avons à tenir compte du fait que la répartition angulaire des électrons secondaires suit la loi de Lambert à l'éjection, c'est-à-dire varie comme $\cos\alpha$. $\mathcal{J}$ étant le courant total, la partie émise dans l'angle solide

$$d\Omega = 2\pi \sin\alpha \, d\alpha$$

sera, d'après la loi de Lambert,

$$\frac{1}{\pi} \mathcal{J} \cos\alpha \, d\Omega.$$

En conséquence, la fraction

$$d\mathcal{J} = 2\mathcal{J} \cos\alpha \sin\alpha \, d\alpha \frac{\eta_1}{U_m} dU_e$$

est seule composée d'électrons dont l'énergie d'éjection est comprise entre U_e et $U_e + dU_e$. Cette fraction donne à la charge d'espace se trouvant à un instant donné au-dessus de la cible une contribution

$$dQ = t \, d\mathcal{J},$$

où le temps de parcours t est une fonction de α aussi bien que de U_e. Calculons tout d'abord la charge formée par les électrons qui reviennent. On a

$$Q_1 = 4\mathcal{J} \eta_1 \frac{U_0}{U_m} \frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m} U_0}} \times \int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\alpha \sin\alpha \, d\alpha \int_{U_e=0}^{U_0} \frac{\sqrt{\frac{U_e}{U_0}}}{1 - \frac{U_e}{U_0}} d\frac{U_e}{U_0}$$

$$= \frac{8}{3} \mathcal{J} (\eta_1 - 1) \frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m} U_0}} \int_{\xi=0}^{1} \frac{\xi^2}{1 - \xi^2} d\xi,$$

$$\xi = \sqrt{\frac{U_e}{U_0}},$$

où nous avons remplacé $\eta_1 \frac{U_0}{U_m}$ par sa valeur $\eta_1 - 1$. L'intégrale a pour valeur $(-\xi + \operatorname{arc\,th} \xi)$ à prendre entre les limites d'intégration. A la limite supérieure cette expression s'annule. Si l'on prend 1 pour valeur supérieure, elle devient infinie. Le

champignon de charge se trouvant au-dessus de la cible dans tout l'espace a donc une charge infinie. On voit qu'il convient d'introduire un collecteur à distance finie x_c pour la limiter.

Il faut alors considérer que le dernier électron destiné à revenir à l'origine est celui qui a son extremum à une distance x_c et non plus à l'infini, donc celui dont l'énergie d'éjection U_e est donnée par la relation

$$\left(\frac{x_c}{x_0}\right)^2 = \frac{1}{1 - \frac{U_e}{U_0}}, \qquad \frac{U_e}{U_0} = 1 - \left(\frac{x_0}{x_c}\right)^2.$$

C'est jusqu'à cette valeur qu'il convient de prendre l'intégrale ci-dessus, ce qui donne

$$Q_1 = \frac{8}{3}\mathcal{J}(\tau_1 - 1)\frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} \operatorname{arc\,th}\sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{x_c}\right)^2}.$$

Il convient de remarquer ici que, d'après les lois de l'émission secondaire, pour qu'il y ait équilibre, ce dernier électron ne peut avoir que la vitesse de partage correspondant à

$$U_0 = U_m\left(1 - \frac{1}{\tau_1}\right).$$

C'est donc que, dans le cas d'un collecteur à distance finie, l'aire bombardée se charge à une valeur U_1 légèrement supérieure à U_0 que nous avions admise pour le calcul, fait pour le cas où les électrons pouvaient aller jusqu'à l'infini. C'est

$$U_1 = U_0\left[1 + \left(\frac{x_0}{x_c}\right)^2\right].$$

Plutôt que d'écrire U_1 à la place de U_0 dans toutes les formules des trajectoires exactes, nous préférons laisser U_0 et penser U_1 ce qui amène à effectuer la correction en déplaçant la limite d'intégration. Cela revient au même en raison du fait que les quantités suivantes sont pratiquement égales

$$\frac{U_e}{U_0} \simeq \frac{U_0}{U_1}$$

puisque U_1 et U_0 sont très peu différents.

Si l'on simplifie notre résultat en développant la tangente hyperbolique autour de sa valeur 1 au moyen de la relation

$$\operatorname{arc\,th}(1 - x) = \frac{1}{2}\ln\frac{2}{x} - \frac{x}{4},$$

on trouve, pour la charge d'espace due aux électrons qui reviennent, l'expression approchée

$$\lim_{x_c \gg x_0} Q_1 = \frac{8}{3}\mathcal{J}(1 - \tau_1)\frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} \ln\frac{x_c}{x_0},$$

soit pour $\mathcal{J} = 10^{-6}$ A, $\tau_1 = 2$, $l = 5.10^{-2}$ cm, $U_0 = 1$ V, $\frac{x_c}{x_0} = 10^2$ la valeur $Q_1 = 10^{-14}$ Cb.

Avant d'examiner la barrière de potentiel qu'une telle charge peut produire dans ce cas particulier, il est nécessaire de calculer la charge due aux électrons gagnant définitivement le collecteur. Comme nous avons vu que leur temps de parcours libre est bien plus grand que celui des électrons revenant à l'origine, il faut s'attendre à ce que leur contribution à la charge d'espace soit bien plus considérable. C'est, avec les limites d'intégration qui conviennent,

$$Q_{II} = 2\mathcal{J}(\tau_1 - 1)\frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} \int_{\frac{U_e}{U_0} = 1 + \left(\frac{x_0}{x_c}\right)^2}^{\frac{U_m}{U_0}} \frac{1}{\frac{U_e}{U_0} - 1}$$
$$\times \left(\int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right)x_c^2 + \cos^2\alpha}\,\cos\alpha \sin\alpha\, d\alpha\right.$$
$$\left. - \sqrt{\frac{U_e}{U_0}} \int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\alpha \sin\alpha\, d\alpha\right) d\frac{U_e}{U_0}.$$

L'expression entre parenthèses s'intègre immédiatement et il vient

$$Q_{II} = \frac{2}{3}\mathcal{J}(\tau_1 - 1)\frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}}$$
$$\times \int_{1 + \left(\frac{x_0}{x_c}\right)^2}^{\frac{U_m}{U_0}} \left\{ \left[\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right)x_c^2 + 1\right]^{\frac{3}{2}} \right.$$
$$\left. - \left[\left(\frac{U_e}{U_0} - 1\right)x_c^2\right]^{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{U_e}{U_0}} \right\} \frac{d\frac{U_e}{U_0}}{\frac{U_e}{U_0} - 1}.$$

Cette intégration est élémentaire. On obtient après un court calcul, en négligeant des termes petits, l'expression approchée

$$\lim_{x_c \gg x_0} Q_{II} = \frac{4}{3}\mathcal{J}(\tau_1 - 1)\frac{l}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} x_c \sqrt{\frac{1}{\tau_1 - 1}} = 10^{-12}\ \text{Cb},$$

avec les mêmes hypothèses que pour Q_1. Cette valeur est 100 fois plus grande que Q_1.

1.4.2. Ordre de grandeur de la barrière de potentiel créée par la charge d'espace au-dessus du point d'impact d'un faisceau

MINCE. — On considère toujours un faisceau mince bombardant une aire quasi ponctuelle d'un isolant plan. Dans ce cas, c'est évidemment le mouvement des électrons secondaires dans le champ du dipôle qu'il convient de considérer.

On désire savoir à partir de quelle intensité de bombardement la charge d'espace causée par les électrons secondaires commence à modifier le potentiel de dipôle dû à la charge du point d'impact. Pour cela il nous suffit de calculer le potentiel résultant du nuage de charges seul en présence d'un plan au potentiel o, et de veiller à ce qu'il ne soit pas supérieur au potentiel U_0 auquel se charge le point d'impact du faisceau. On obtiendra ainsi une densité de courant de bombardement, au-dessus de laquelle la charge d'espace n'est certainement plus à négliger.

Pour calculer le potentiel dû à un nuage de charges, il est nécessaire de connaître leur répartition dans l'espace. On peut se servir des résultats obtenus au paragraphe précédent, dans lequel nous avions calculé la charge totale Q des électrons se trouvant à un instant donné entre l'isolant et le collecteur. Nous nous bornerons à calculer la contribution à la barrière de potentiel donnée par les électrons qui gagnent le collecteur. Nous supposerons naturellement que celui-ci est constitué par une demi-sphère de rayon R ayant pour centre le point d'impact. La densité de charge spatiale dans cette demi-sphère aura une répartition de la forme

$$\rho = \frac{\Gamma}{2\pi r^2} = \frac{I}{2\pi r^2}\,\frac{1}{v},$$

puisque nous avons affaire à un flux pratiquement radial d'électrons transportant une intensité pratiquement constante I à travers une surface hémisphérique $2\pi r^2$. En effet on a, en se référant au calcul des trajectoires des électrons qui gagnent le collecteur, pour leur vitesse à quelque distance du spot, la relation limite

$$\lim_{\left(\frac{U_e}{U_0}-1\right) r \gg 0} \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}\right) = \sqrt{\frac{U_e}{U_0} - 1}.$$

On voit que cette vitesse est constante et dépend uniquement du potentiel d'éjection. La vitesse v indiquée plus haut est évidemment une vitesse moyenne qu'il faut prendre de manière à obtenir la même charge globale Q que celle calculée dans le paragraphe précédent. Une intégration de cette charge spatiale ρ dans la demi-sphère donne immédiatement pour la charge globale

$$Q = \int \rho\,\mathrm{d}V = \Gamma R \qquad \left(\Gamma = \frac{Q}{R}\right),$$

ce qui fixe la valeur de la constante Γ dont nous nous servons.

Nous avons à calculer la répartition de potentiel au sein d'une demi-sphère remplie de charges de répartition ρ reposant sur un plan au potentiel o, le reste de l'espace au delà de cette demi-sphère étant vide. Pour tenir compte de la condition aux limites amenée par le plan au potentiel o, nous considérerons que ce plan est absent et remplacé par une demi-sphère de charge inverse accolée à la précédente par son grand cercle, ainsi qu'il est représenté à la figure 23. L'équation de Poisson

$$U(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int \frac{\rho}{MP}\,\mathrm{d}V$$

peut alors être appliquée successivement aux deux demi-sphères et les résultats obtenus seront superposés, l'élément de volume $\mathrm{d}V$ étant exprimé en coordonnées polaires. ($dV = 2\pi r \sin\varphi\, r\, d\varphi\, dr$).

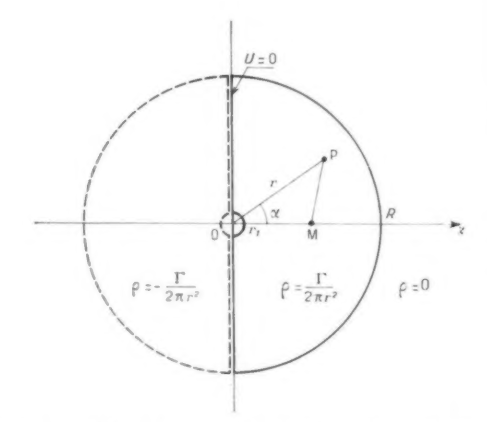


Fig. 23. — Calcul du potentiel dû à une charge d'espace de densité $\frac{r}{2\pi r^2}$ répartie dans une demi-sphère posée sur un plan équipotentiel.

On obtient ainsi pour un point de l'axe z pour la demi-sphère de droite

$$\begin{aligned} U(z) &= \frac{\Gamma}{4\pi\varepsilon}\int_{r_1}^{R}\mathrm{d}r\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{z^2+r^2-2rz\cos\varphi}} \\ &= \frac{\Gamma}{4\pi\varepsilon}\left(\int_{r_1}^{R}\frac{\sqrt{z^2+r^2}}{rz}\,\mathrm{d}r \right. \\ &\qquad \left. -\int_{r_1}^{z}\frac{z-r}{zr}\,\mathrm{d}r - \int_{z}^{R}\frac{r-z}{rz}\,\mathrm{d}r\right). \end{aligned}$$

Ces intégrales sont élémentaires, et conduisent lorsqu'on effectue le passage à la limite $r_1 \to 0$,

à l'expression

$$U(z) = \frac{\Gamma}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{2}\log\frac{\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}}-1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}}+1} + \sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}} + \log 2 - \frac{R}{z} + 1 + \log\frac{R}{z}\right)$$

$$(z < R).$$

De même, on trouve pour la contribution de la demi-sphère négative

$$U(z) = -\frac{\Gamma}{4\pi\varepsilon}\left(\log\frac{R}{z} + \frac{R}{z} - \frac{1}{2}\log\frac{\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}}-1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}}-1} - \sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}} - \log 2 + 1\right).$$

Si l'on fait la somme et qu'on passe à la limite $z = 0$ du côté des z positifs, on trouve

$$\lim_{z \to 0} U(z) = \frac{\Gamma}{2\pi\varepsilon}\log 2 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon R}\log 2$$

qui est le maximum atteint par le potentiel dans l'espace cible-collecteur. Au point $z = 0$, le potentiel est évidemment nul par raison de symétrie entre les deux demi-sphères; mais quand on s'en rapproche par valeurs supérieures ou inférieures de z on trouve des valeurs opposées pour le potentiel du montant que nous avons indiqué, en raison de la discontinuité de la charge d'espace le long du plan limite. On trouve pour les valeurs numériques adoptées précédemment

$$\vartheta = 10^{-6}\ \text{A}, \qquad l = 5.10^{-2}\ \text{cm},$$
$$R = 5\ \text{cm}, \qquad Q = 10^{-12},$$

le résultat

$$U_{\max} \cong \frac{1}{3}\ \text{V}.$$

On voit que pour une densité de courant de bombardement de $1\ \mu$A sur un spot d'un demi-millimètre, la barrière de potentiel créée par les électrons secondaires commence à atteindre l'ordre de grandeur des potentiels d'éjection de ces mêmes électrons, et que des courants plus importants nous donneraient une redistribution.

Cette première évaluation ne nous donne naturellement qu'un ordre de grandeur et nous voyons l'intérêt qu'il y aurait à connaître plus exactement la densité de bombardement permissible sur une surface isolante avant l'apparition des effets de charge d'espace. Pour cela nous allons choisir une configuration plus accessible au calcul que le cas d'une charge ponctuelle sur un plan isolant qui conduit à un potentiel de dipôle. Nous allons considérer que l'isolant a la forme d'une sphère uniformément bombardée et que les électrons secondaires ne se meuvent que radialement, ce qui permettra de tenir compte de la répartition de la charge dans l'espace et de pousser le calcul plus loin. Nous pourrons définir une densité d'émission (ou de bombardement, ce qui revient au même, au coefficient d'émission secondaire près) à partir de laquelle la charge d'espace est prépondérante pour le mouvement des électrons secondaires.

1.4.3. Cas de la symétrie sphérique. Valeur de la charge d'espace et du potentiel qui en résulte pour de faibles densités de bombardement. Courant limite pour lequel la charge d'espace crée un potentiel de 1 V. — Nous considérons le cas où nous avons une sphère émettant des électrons secondaires d'une façon uniforme sur toute sa surface et positive par rapport aux limites de l'espace. Nous admettons que le mouvement des électrons est uniquement radial, et soit U_0 le potentiel de cette sphère et r_0 son rayon. Étudions le mouvement des électrons en l'absence de charge d'espace. Le potentiel sera

$$U = U_0\frac{r}{r_0} = \frac{U_0}{x}, \qquad x = \frac{r}{r_0}$$

en introduisant un rayon réduit x. L'énergie cinétique d'un électron est, en un point de l'espace,

$$\frac{mv^2}{2} = C - e\frac{U_0}{x}.$$

Spécialement au point d'éjection $x = 1$, cette énergie est

$$\frac{mv_e^2}{2} = -eU_e = C - eU_0, \qquad C = -e(U_e - U_0),$$

ce qui fixe la valeur de la constante. On trouve donc pour la vitesse

$$v = \sqrt{\frac{-2e}{m}U_0\left(\frac{U_e}{U_0} - 1 + \frac{1}{x}\right)}.$$

On voit que l'électron qui rebrousse chemin en x a pour potentiel d'éjection

$$U_e = \left(1 - \frac{1}{x}\right)U_0.$$

La charge d'espace ρ en un point où il y a une

densité de courant j d'électrons animés d'une vitesse v est

$$\rho = \frac{j}{v}.$$

Comme le flux est radial, on peut écrire que la densité de courant à une distance r pour une certaine vitesse d'électrons est

$$\mathrm{d}j = \mathrm{d}j_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 = \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}j_0$$

si

$$\mathrm{d}j_0 = j_0 \frac{\mathrm{d}U_e}{U_m}$$

était leur densité à l'émission, en supposant naturellement que le point considéré est susceptible d'être atteint par ces électrons. On trouve ainsi pour la charge d'espace en un point x

$$\rho(x) = \int \frac{j_0}{x} \frac{\mathrm{d}U_e}{U_m} \frac{1}{\sqrt{\frac{-2e}{m}\left(\frac{U_e}{U_0} - 1 + \frac{1}{x}\right)}},$$

l'intégrale est à étendre à toutes les vitesses d'éjection U_e qui fournissent des électrons suceptibles de traverser la coordonnée x; ceux qui rebroussent chemin et traversent donc cette coordonnée dans les deux sens doivent être pris deux fois. On obtient ainsi

$$\rho(x) = \frac{j_0}{x^2\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} \frac{U_0}{U_m} \times \left\{ 2\int_{\frac{U_e}{U_0}=1-\frac{1}{x}}^{1} + \int_1^{\frac{U_m}{U_0}} \right\} \frac{\mathrm{d}\frac{U_e}{U_0}}{\sqrt{\frac{U_e}{U_0} - 1 + \frac{1}{x}}}$$

$$= \frac{2j_0}{x^2\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} \frac{U_0}{U_m} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{\frac{U_m}{U_0} - 1 + \frac{1}{x}}\right).$$

Nous n'avons plus qu'à calculer le potentiel produit par un nuage d'électrons ayant cette répartition de charges.

C'est encore la formule de Poisson que nous allons utiliser, avec cette fois un élément de volume

$$\mathrm{d}V = 4\pi r^2\,\mathrm{d}r$$

et le potentiel, calcul naturellement au centre de la sphère, sera

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_{r_0}^{R} \frac{\rho\,\mathrm{d}V}{r} = \frac{r_0^2}{\varepsilon} \int_{x=1}^{x_C} \rho x\,\mathrm{d}x,$$

où x_C désigne le rayon réduit du collecteur. Il vient

$$U = \frac{2j_0}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} \frac{U_0}{U_m} \frac{r_0^2}{\varepsilon} \times \int_1^{x_C} \frac{\mathrm{d}x}{x} \left[\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{\left(\frac{U_m}{U_0} - 1\right) + \frac{1}{x}}\right].$$

Le premier terme du crochet donne à l'intégrale la contribution

$$\int_1^{x_C} x^{-\frac{3}{2}}\,\mathrm{d}x = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x_C}}\right)$$

et le second

$$\int_1^{x_C} \sqrt{\left(\frac{U_m}{U_0} - 1\right)x + 1}\,\frac{\mathrm{d}x}{x^{\frac{3}{2}}}$$

$$= -2\sqrt{\left(\frac{U_m}{U_0} - 1\right) + \frac{1}{x_C}} + 2\sqrt{\frac{U_m}{U_0}} + \frac{2}{\sqrt{\frac{U_m}{U_0} - 1}} \times \left(\operatorname{arcsh}\sqrt{\left(\frac{U_m}{U_0} - 1\right)x_C} - \operatorname{arcsh}\sqrt{\frac{U_m}{U_0} - 1}\right)$$

après une simple intégration par parties. En additionnant les deux expressions trouvées et en les reportant dans l'expression de U, on trouve, en passant à la limite $x_C \to \infty$

$$\lim_{x_C \to \infty} U = \frac{4j_0}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}} \frac{U_0}{U_m} \frac{r_0^2}{\varepsilon} \times \left[1 + \sqrt{\frac{U_m}{U_0}} - \sqrt{\frac{U_m}{U_0} - 1} + \frac{1}{\sqrt{\frac{U_m}{U_0} - 1}} \log 2\sqrt{\left(\frac{U_m}{U_0} - 1\right)x_C}\right]$$

pour un collecteur éloigné. Ici la densité d'émission j_0 n'est autre que la densité incidente j_B de bombardement multipliée par le coefficient d'émission secondaire η

$$j_0 = j_B\eta.$$

Si l'on veut que le potentiel créé par le nuage des électrons secondaires soit inférieur à U, on obtient ainsi une valeur limite pour la densité de bombardement

$$j_B = \frac{U}{4\eta}\sqrt{\frac{-2e}{m}U_0}\,\frac{U_m}{U_0}\,\frac{\varepsilon}{r_0^2}\sqrt{\frac{U_m}{U_0} - 1} \times \frac{1}{\log 2\sqrt{\left(\frac{U_m}{U_0} - 1\right)x_C}},$$

car on peut encore négliger les trois premiers termes

du crochet devant le dernier qui croît comme $\frac{1}{2}\log x_C$ pour les valeurs usuelles qui sont par exemple :

$$\tau_i = 2, \qquad U_m = 2\ \text{V}, \qquad U_0 = 1\ \text{V}:$$

$$r_0 = 5 \cdot 10^{-2}\ \text{cm}, \qquad x_C = \frac{r_C}{r_0} = 100.$$

On trouve alors pour $U = 1$ V une densité de bombardement limite de l'ordre de

$$j_B = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{A/cm}^2 = 2\ \mu\text{A/mm}^2$$

qui est naturellement déjà une valeur beaucoup trop grande pour la pratique, car il y a déjà redistribution pour des potentiels de charge d'espace atteignant 1 V, dans le cas ordinaire d'un iconoscope par exemple, où l'aire de bombardement ne se charge qu'à U_0 qui est aussi de l'ordre de 1 V.

En revanche il est naturel de penser que lorsqu'on fait régner à la surface de l'isolant un champ électrostatique E pour extraire les électrons secondaires, ce qui permet à l'aire bombardée de se charger à un potentiel de l'ordre de

$$U_c = Ed,$$

d étant le diamètre de cette aire, on peut aller pour le potentiel U dû à la charge d'espace jusqu'à une valeur représentant déjà une certaine fraction de ce potentiel U_C. On voit que le moyen de charger la surface avec un courant plus élevé est d'y faire régner en permanence un champ E qui élève le potentiel auquel on peut charger la surface.

Pour de fortes densités de bombardement, on a calculé directement la distribution de potentiel au-dessus d'un isolant émettant des électrons secondaires en fonction de la charge d'espace dans une publication antérieure [13]. On a traité le cas de deux plans métalliques parallèles, l'isolant recouvrant l'un d'eux, et le cas de deux sphères métalliques concentriques, le diélectrique enrobant la plus petite. Ces calculs, donnent une bonne confirmation des résultats déjà acquis en précisant les limites supérieures des potentiels de charge d'espace et montrent que les calculs de ce paragraphe constituent la meilleure approche du problème.

1.5. **Effets dus à la charge d'espace lors de l'analyse d'un relief de potentiel par un faisceau à électrons lents.**

Les expériences acquises avec des tubes à mémoire où les charges sont enlevées par un faisceau analyseur à électrons lents montrent que si l'on élève par trop le courant du faisceau d'analyse, le signal de sortie utile décroît, les charges n'étant plus enlevées que si elles dépassent un niveau donné.

Cet effet est évidemment dû à la charge d'espace présente dans le faisceau d'analyse, et qui est particulièrement importante au point où les électrons, ralentis, passent par la vitesse 0 avant de rebrousser chemin. En effet, cette charge abaisse le potentiel et les électrons rebroussent chemin plus tôt que ne l'aurait fait un électron isolé. Ainsi seules les charges les plus grandes déposées sur la cible donnent des reliefs de potentiel suffisants pour être encore atteints par les électrons et les charges les plus faibles ne sont plus enlevées, ce qui limite la sensibilité d'analyse.

Pour obtenir l'ordre de grandeur de l'effet, nous allons faire le calcul en supposant que tous les électrons du faisceau d'analyse ont la même vitesse, ce qui est plausible, car l'étalement des vitesses du faisceau sur les vitesses thermiques d'émission ne peut que diluer le phénomène.

Examinons le cas où les électrons arrivent perpendiculairement aux équipotentielles. L'équation de Poisson est

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

où la charge d'espace est

$$\rho = \frac{2j}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U}},$$

le facteur 2 étant placé en raison du fait que chaque électron contribue autant à l'aller qu'au retour à la charge d'espace. En multipliant l'équation différentielle par $2\frac{dU}{dx}$ et en intégrant, on trouve

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{8j}{\varepsilon\sqrt{\frac{-2e}{m}}}\sqrt{U} + E^2.$$

La constante d'intégration E^2 n'est naturellement que le carré du champ E qui règnerait dans l'espace s'il n'y avait pas de charge d'espace (ou de densité de courant j). C'est, par exemple,

$$E = \frac{U_g}{H}$$

si le champ qui ralentit les électrons d'analyse est créé par un grillage à un potentiel U_g placé à une distance H. En se servant des grandeurs réduites

$$\frac{U}{U_g} = u, \qquad \frac{x}{H} = \zeta.$$

on peut placer l'équation différentielle sous la forme

$$\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\zeta}\right)^2 = 1 + \alpha\sqrt{u},$$

où la constante

$$\alpha = \frac{8jH^2}{\varepsilon U_g \sqrt{\frac{-2e}{m} U_g}}$$

est sans dimension physique. On peut séparer les variables

$$\mathrm{d}\zeta = \frac{\mathrm{d}u}{\sqrt{1+\alpha\sqrt{u}}} = \frac{2}{\alpha}\left(\sqrt{1+\alpha\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{1+\alpha\sqrt{u}}}\right)\mathrm{d}\sqrt{u}.$$

L'intégration entre les limites $u = 0$ et $u = 1$, c'est-à-dire entre le point de rebroussement et le grillage, donne le chemin effectivement parcouru par les électrons. C'est

$$1 - \zeta_r = \frac{4}{\alpha^2}\left[\frac{1}{3}(1+\alpha)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} - (1+\alpha)^{\frac{1}{2}} + 1\right],$$

ζ_r étant l'abscisse réduite du point de rebroussement et 1 celle du grillage.

Nous allons développer cette expression en série pour de petites valeurs de α, afin de voir quelle est la différence de trajectoire des électrons lorsque la charge d'espace commence à exercer son influence. En se servant du développement binomial de Newton, il vient

$$\lim_{\alpha \to 0} \zeta_r = \frac{\alpha}{3} = \frac{8}{3}\,\frac{jH^2}{\varepsilon U_g \sqrt{\frac{-2e}{m} U_g}}.$$

Par exemple, pour $j = 4.10^{-6}$ A/mm², $L = 0{,}2$ cm, $U_m = 64$ V, il vient

$$\zeta_r = \frac{1}{64},$$

soit un décollement correspondant à un potentiel de 1 V.

On doit remarquer ici que le calcul a été fait dans des conditions particulièrement sévères, en admettant que le faisceau avait une section infinie. Cependant, si l'on considère que les reliefs de charges peuvent très bien, dans certains tubes à mémoire, n'être que de l'ordre de 1/10e de volt, on voit que cet effet peut très bien intervenir et explique la diminution du signal observé pratiquement lors d'une augmentation excessive du courant d'analyse.

1.5.1. Analyse par électrons lents sous incidence oblique. — Une autre question que nous devons encore examiner et qui est très liée à celle-ci est le phénomène qui se passe lors de l'analyse à électrons lents sous incidence oblique. Dans certains tubes il peut être indiqué, soit par raison de commodité de construction, notamment dans des tubes à deux canons, soit pour des raisons de collection des électrons secondaires, de placer le canon d'analyse à électrons lents hors de l'axe de la cible. Les électrons de lecture ont alors une incidence rasante. Commençons donc par examiner la trajectoire d'un électron de lecture qui est ralenti au voisinage de la cible sous une incidence oblique.

Considérons la zone où s'effectue le ralentissement du faisceau d'analyse et supposons que le potentiel y décroisse linéairement, d'une valeur U_0 sur une longueur L. On aura

$$U = U_0\left(1 - \frac{z}{L}\right)$$

si z est la coordonnée dans l'axe. Le mouvement de l'électron est donné par

$$z = \dot{z}_e t - \frac{1}{4}\frac{u_0}{L}t^2, \qquad r = \dot{r}_e t,$$

où

$$u_0 = -\frac{2e}{m}U_0$$

représente le carré de la vitesse de l'électron au début du mouvement et où $\dot{z}_e$ et $\dot{r}_e$ désignent les vitesses initiales de l'électron suivant les coordonnées axiale z et radiale r, à son entrée dans la zone de freinage. On a évidemment

$$u_0 = \dot{r}_e^2 + \dot{z}_e^2 = \dot{z}_e^2(1+\alpha^2) \qquad \left(\alpha = \frac{\dot{r}_e}{\dot{z}_e}\right).$$

Le point de rebroussement est donné par

$$\dot{z} = \dot{z}_e - \frac{1}{2}\frac{u_0}{L}t = 0, \qquad t_B = \frac{2L}{U_0}\dot{z}_e,$$

$$z_B = \frac{L}{u_0}\dot{z}_e^2 = \frac{L}{1+\alpha^2}$$

et le potentiel atteint par l'électron à l'apogée de sa trajectoire correspond à

$$u_B = u_0\left(1 - \frac{z_B}{L}\right) = u_0\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} \simeq u_0\alpha^2 \qquad (\alpha^2 \ll 1).$$

A ce moment l'électron a une vitesse dirigée tangentiellement aux équipotentielles, qui est de

$$\dot{r} = \dot{r}_e = \alpha\dot{z}_e = \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}\sqrt{u_0} \simeq \alpha\sqrt{u_0}$$

et dont le carré

$$\dot{r}^2 \simeq u_0\alpha^2 = u_B$$

correspond au potentiel atteint par l'électron à l'apogée de sa trajectoire.

Une première conséquence du fait que les électrons qui ont une incidence oblique par rapport à la direction du champ électrique rebroussent chemin plus tôt que ceux qui arrivent perpendiculairement aux équipotentielles, est donc d'introduire une limitation pour l'angle solide utilisable qu'embrasse le faisceau, c'est-à-dire pour la pupille dans la lentille de concentration. Considérons tout d'abord un faisceau arrivant perpendiculairement sur la cible, et soit $\Delta\alpha$ l'angle formé au départ par les trajectoires

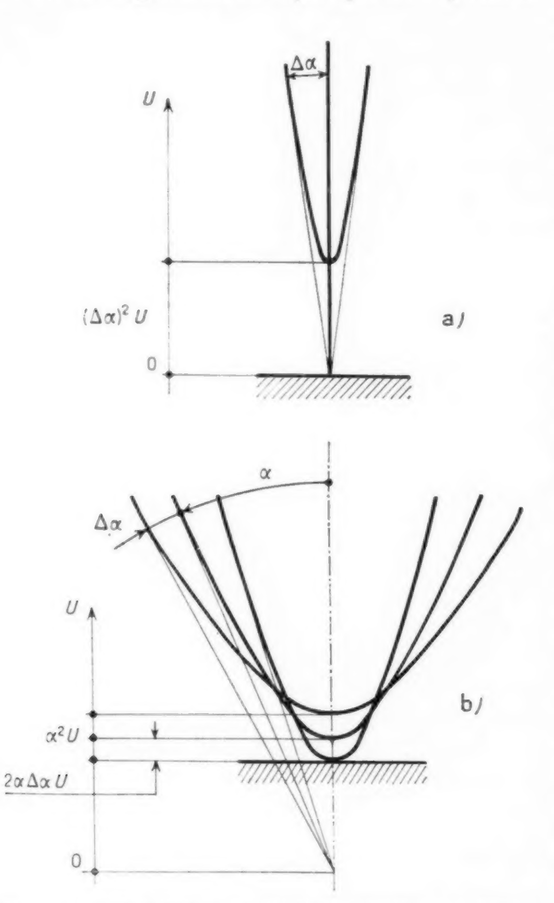


Fig. 24. — Trajectoires des électrons ralentis au voisinage de la cible : *a.* si le faisceau arrive perpendiculairement; *b.* s'il a une incidence oblique.

des électrons marginaux du faisceau avec l'axe de celui-ci ainsi qu'il est représenté à la figure 24 *a*. Si l'on veut analyser des reliefs de potentiel d'une certaine grandeur V, il faut que l'on ait encore

$$(\Delta\alpha)^2 U = \Delta V$$

si U est la tension d'origine des électrons, à laquelle le faisceau a un angle d'ouverture total de $2\,\Delta\alpha$. En effet, si $\Delta\alpha$ était plus grand, les rayons marginaux rebrousseraient chemin avant même d'avoir touché le relief de charges, même au début de l'opération d'effacement, et seraient donc parfaitement inutiles.

Considérons maintenant un faisceau d'analyse arrivant obliquement sous un angle α dans la zone où les électrons sont ralentis. Une seconde conséquence du fait que les électrons qui ont une incidence oblique par rapport au champ électrique rebroussent chemin plut tôt que ceux qui arrivent perpendiculairement aux équipotentielles, est d'introduire une limitation de l'angle sous lequel on peut introduire le faisceau dans la zone où les électrons sont ralentis. En effet, ainsi qu'il est représenté à la figure 24 *b*, les trajectoires des électrons constituant le faisceau s'étagent dans la zone où la cible doit être analysée sur des différences de potentiels de l'ordre de

$$d(\alpha^2 U) = 2\alpha\,\Delta\alpha\,U$$

par rapport à la trajectoire centrale, si le faisceau est amené à un potentiel d'origine U sous l'angle α avec une ouverture $2\,\Delta\alpha$. Si l'on veut encore faire analyser d'une façon utile par tous les électrons du faisceau des reliefs de potentiel de l'ordre de ΔV, il faut naturellement qu'entre les trajectoires extrêmes des deux bords du faisceau il n'y ait pas de différence de potentiel supérieure à

$$4\alpha\,\Delta\alpha\,U = \Delta V.$$

On voit que c'est maintenant le produit $\alpha\Delta\alpha$ qui est limité, ou que, si l'on travaille avec la même ouverture du faisceau que dans le cas de l'incidence perpendiculaire, la densité de faisceau apparente pour la lecture est diminuée d'un facteur $\frac{4\alpha}{\Delta\alpha}$ pour le même relief de charges.

Que la densité de courant utile pour la lecture soit diminuée ne veut pas forcément dire que la définition soit diminuée. Pour un relief de charge donné, c'est la vitesse de lecture qui est diminuée, si l'on passe de l'incidence perpendiculaire à l'incidence oblique. Ou également, à vitesse de lecture égale, c'est la hauteur du relief de charges analysable qui est diminuée. Mais la définition de lecture pour les faibles signaux reste toujours la même, à savoir celle du faisceau lecteur. En effet, lorsque le faisceau est passé, on ne lit plus rien, la charge n'est plus modifiée.

Ainsi, on voit que l'incidence oblique a pour effet de limiter, pour un faisceau donné, le relief de charge ou la vitesse de lecture. Toutefois, pour un grand nombre d'applications, où le relief de charges

ou la vitesse de lecture n'imposent pas des conditions draconiennes, la lecture par électrons lents avec incidence oblique peut être très bien utilisée, si l'on désire profiter des facilités qu'elle apporte, soit pour la collection séparée du faisceau réfléchi, soit pour la construction pratique du dispositif.

1.5.2. Élargissement du faisceau d'analyse par répulsion mutuelle des électrons aux faibles vitesses. — Il convient encore d'examiner si, au moment où l'on ralentit les électrons, la répulsion entre eux n'est pas telle que le faisceau d'analyse ne s'élargisse d'une façon gênante.

Considérons encore la zone où s'effectue le ralentissement du faisceau d'analyse et où le potentiel décroît linéairement d'une valeur U_1 à o sur une longueur L

$$U = U_1 \frac{z}{L},$$

z étant la coordonnée axiale, dont l'origine est au point où l'électron a la vitesse o.

Le mouvement de l'électron est alors donné par l'équation de Newton

$$m\ddot{z} = e\left(-\frac{\partial U}{\partial x}\right) = -e\frac{U_1}{L},$$

d'où l'on tire

$$\dot{z} = \dot{z}_e - \frac{e}{m}\frac{U_1}{L}t,$$

$\dot{z}_e$ étant la vitesse d'entrée de l'électron dans la zone considérée en L, soit pratiquement, comme le faisceau est mince et les trajectoires peu inclinées sur l'axe au début

$$\dot{z}_e = -\sqrt{\frac{-2e}{m}U_1}$$

et le temps étant compté depuis l'instant où l'électron entre dans la zone de freinage.

Le temps mis par l'électron pour couvrir la distance L et atteindre la vitesse $\dot{z} = 0$ est donc

$$t_R = \frac{\dot{z}_e}{\frac{e}{m}\frac{U_1}{h}} = 2\frac{L}{\sqrt{\frac{-2e}{m}U_1}}.$$

La coordonnée de l'électron est donnée par une nouvelle intégration

$$z = L + \dot{z}_e t - \frac{e}{m}\frac{U_1}{h}\frac{t^2}{2},$$

équation qu'on peut mettre sous la forme

$$\frac{z}{L} = \left(1 - \frac{t}{t_R}\right)^2.$$

La charge d'espace comprise dans le faisceau par unité de longueur est

$$q = -\frac{i}{v},$$

v étant la vitesse des électrons au point considéré, soit

$$v = \sqrt{\frac{-2e}{m}U} = \sqrt{\frac{-2e}{m}U_1\frac{z}{L}}.$$

Cette charge produit un champ électrique radial d'intensité

$$E_r = -\frac{i}{v}\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r},$$

r étant le rayon de la section du faisceau. Si l'on admet que les électrons ont tous des trajectoires paraboliques qui convergent vers le point $z = 0$, ce rayon r est donné par

$$\frac{r}{r_1} = \sqrt{\frac{z}{L}},$$

r_1 étant le rayon du faisceau au départ. La force radiale agissant sur un électron du faisceau situé sur son bord extérieur sera alors

$$eE_r = m\frac{d^2\Delta r}{dt^2},$$

Δr indiquant la déviation de l'électron le plus extérieur du faisceau de sa trajectoire idéale. C'est

$$\frac{d^2\Delta r}{dt^2} = -\frac{e}{m}\frac{i}{2\pi\varepsilon_0 r_1\sqrt{\frac{-2e}{m}U_1}}\frac{L}{z} = \frac{1}{t_R^2}\frac{d^2\Delta r}{d\tau^2}$$

en introduisant un temps réduit

$$\tau = \frac{t}{t_R}.$$

On a alors

$$\frac{d\Delta r}{d\tau} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0\sqrt{\frac{-2e}{m}}}\frac{L^2}{r_1}\frac{i}{U^{\frac{3}{2}}}\int_0^{\tau}\frac{d\tau}{(1-\tau)^2},$$

d'où l'on tire par intégration

$$\frac{\Delta r}{r_1} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0\sqrt{\frac{-2e}{m}}}\frac{L^2}{r_1^2}\frac{i}{U^{\frac{3}{2}}}\int_0^{\tau}\frac{\tau\, d\tau}{1-\tau}.$$

La dernière intégrale a pour valeur τ — ln $(1 - \tau)$, Si l'on ralentit par exemple le faisceau jusqu'à

un potentiel U_2 au point de coordonnée z_2 on aura

$$\frac{z_2}{L} = \frac{U_2}{U_1} = (1 - \tau_2)^2;$$

$$1 - \tau_2 = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}, \qquad \tau_2 = 1 - \sqrt{\frac{U_2}{U_1}},$$

et l'élargissement du faisceau en ce point sera donné par

$$\frac{\Delta r_2}{r_1} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0\sqrt{\frac{-2e}{m}}} \frac{L^2}{r_1^2} \frac{i}{U_1^{\frac{3}{2}}} \left(-1 + \sqrt{\frac{U_2}{U_1}} - ln\sqrt{\frac{U_2}{U_1}}\right).$$

La parenthèse est toujours positive. Elle diverge pour $U_2 = 0$. Elle a une valeur voisine de 1 pour

$$\frac{U_2}{U_1} = e^{-4} = \frac{18,5}{1\,000}.$$

Pour cette valeur de U_2, calculons l'élargissement correspondant aux faisceaux que nous employons, c'est-à-dire pour lesquels

$$i = 10^{-6}\ \text{A}, \qquad U_1 = 1\,000\ \text{V}, \qquad U_2 = 18,5\ \text{V},$$

$$L = 15\ \text{cm}, \qquad r_1 = 0,5\ \text{mm},$$

$$\frac{1}{\pi\varepsilon_0\sqrt{\frac{-2e}{m}}} = 6.10^5\ \text{V}^{\frac{3}{2}}/\text{A}.$$

Il vient

$$\frac{\Delta r_2}{r_1} = \frac{2}{10}, \qquad \Delta r_2 = 0,1\ \text{mm}.$$

On voit donc qu'il n'y a pas d'élargissement notable en raison de la charge d'espace lorsqu'on ralentit un faisceau de ce genre de 1000 à 18 V.

Pour les potentiels encore plus faibles, il convient de considérer que le faisceau a une section finie en réalité et ne converge pas vers un point mathématique comme nous l'avions admis pour simplifier le calcul.

Considérons donc un faisceau cylindrique de diamètre constant $2r_1$ ralenti de U_1 à 0 V. Dans l'expression de la force développée précédemment, le rayon r ne varie plus avec z et l'on a

$$\frac{d^2\Delta r}{dt^2} = -\frac{e}{m} \frac{i}{2\pi\varepsilon_0 r_1\sqrt{\frac{-2e}{m}U_1}}\sqrt{\frac{L}{z}} = \frac{1}{t_R^2}\frac{d^2\Delta r}{d\tau^2}$$

ou

$$\frac{d\Delta r}{d\tau} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0\sqrt{\frac{-2e}{m}}} \frac{L^2}{r_1} \frac{i}{U_1^{\frac{3}{2}}} \int_0^{\tau} \frac{d\tau}{1-\tau}$$

et

$$\frac{\Delta r_1}{r_1} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0\sqrt{\frac{-2e}{m}}} \frac{L^2}{r_1^2} \frac{i}{U_1^{\frac{3}{2}}} \int_0^{\tau} ln(1-\tau)\, d\tau.$$

L'intégrale est égale à $\tau - (1 - \tau)\, ln\, (1 - \tau)$, expression qui tend vers 1 lorsque τ tend vers 1, c'est-à-dire lorsque l'électron atteint la vitesse 0. L'élargissement relatif maximum du pinceau est donc donné par le facteur devant l'intégrale. En pratique on peut avoir les valeurs suivantes :

$$i = 10^{-6}\ \text{A}, \qquad U_1 = 30\ \text{V}, \qquad L = 1\ \text{mm}, \qquad r_1 = 0,05\ \text{mm},$$

ce qui donne

$$\frac{\Delta r}{r_1} = 0,14.$$

On voit que lorsque les électrons atteignent la vitesse 0, l'élargissement du pinceau n'est pas considérable.

CONCLUSION.

Dans cette partie théorique, nous avons d'abord montré à quel potentiel il était possible de charger un isolant par émission secondaire, en fonction de la définition désirée, d'un champ extracteur éventuel et en l'absence de charge d'espace. Ces considérations sont donc valables pour des faisceaux peu intenses, comme ceux dus aux photoélectrons par exemple, et donnent dans le cas de forts faisceaux les limites supérieures théoriques de charge.

Dans le cas de faisceaux intenses, nous avons réussi à déterminer l'ordre de grandeur de la charge d'espace et du potentiel auquel elle se trouve. Nous avons trouvé que cette charge d'espace peut être très diminuée si l'on maintient à la surface de l'isolant un fort champ électrique qui éloigne les électrons secondaires aussitôt qu'ils sont émis. Nous avons donné l'ordre de grandeur de la densité de bombardement encore admissible pour un champ extracteur donné, si l'on ne veut pas que la charge d'espace empêche le diélectrique de se charger au potentiel qu'il peut théoriquement atteindre.

Nous avons encore montré comment la charge d'espace d'un faisceau d'analyse à électrons lents pouvait amener celui-ci à se décoller de la surface à analyser et étudié la perte de densité apparente qui résulte de l'incidence oblique dudit faisceau.

Nous pensons avoir ainsi éclairci certaines des limites théoriques du dépôt d'informations sous forme de charges sur des isolants.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] H. Salow, *Ueber den Sekundäremissions faktor elektronen bestrahlter Isolatoren* (*Z. tech. Phys.*, 1940).

[2] H. Hinterberger, *Ueber Sekundärelektronenemission und Aufladeerscheinungen von Isolatoren* (*Z. Physik*, 1939).

[3] H. L. Heydt, *Measurements of Secondary Electron Emission From Dielectric Surfaces* (*Rev. Sc. Instr.*, vol. 21, n° 7, July 1950, p. 639).

[4] Mac Kay, *Pulse Method for Determining Energy Distribution of Secondary Electrons from Insulators* (*J. Appl. Phys.*, vol. 22, n° 1, January 1951).

[5] M. Knoll et B. Kazan, *Storage Tubes and Their Basic Principles*, John Wiley and Sons, Inc. New-York, 1952.

[6] V. K. Zworykin et G. A. Morton, *Television*, John Wiley and Sons, Inc. New-York, 1946.

[7] E. T. Whittaker, *A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies*, Dover Publications, New-York, 1944.

[8] Magnus Oberhettinger, *Die speziellen Funktionen der mathematischen Physik.*

[9] R. Sanger, *Ballistische Störungsrechnung*, Zurich et Bâle, 1949.

[10] R. Barthélemy, *Contribution à l'étude des électrons secondaires* (*Onde Électr.*, t. 285, 1950, p. 504).

[11] R. Barthélemy, *Contribution à l'étude des analyseurs électroniques*, Éditions L. E. P. S., Paris (2e).

[12] H. Salow, *Winkeladhängigkeit der Sekundärelektronenemission von Isolatoren* (*Phys. Z.*, t. 41, 1940, .t 19, p. 434).

[13] M. Barbier, *Équilibre entre une charge d'espace, un diélectrique émettant des électrons secondaires et une enceinte à potentiel fixe* (*Ann. Radioélectr.*, t. 7, 1952, p. 61).

[14] K. R. Spangenberg, *Vacuum Tubes* (Mac Graw Hill Book Co., New-York, 1948, p. 181).

[15] I. Langmuir, *The Effect of Space Charge and Initial Velocities on the Potential Distribution and Thermoionic Current between Parallel Plane Electrodes* (*Phys. Rev.*, vol. 21, 1923, p. 419).

[16] I. Langmuir et Compton, *Electrical Discharges in Gases*, Part. II (*Rev. Mod. Physics*, vol. 13, April 1931, p. 191).

[17] I. Langmuir et K. Blodgett, *Current Limited by Space Charge between Concentric Spheres* (*Phys. Rev.*, vol. 24, 1924, p. 49).

[18] M. Barbier, *Calcul pratique des aberrations dans les systèmes centrés de l'optique électronique* (*Ann. Radioélectr.*, t. 8, 1953, p. 111).

[19] M. Barbier, *Eine Näherungsmethode zur Bildfehlerberechnung der Elektronenoptik*, Dissertation Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1951.

[20] E. Madelung, *Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers.*

[21] W. Glaser, *Grundlagen der Elektronenoptik*, Springer, Vienne, 1952.

ek-
41,

ace,
ires
tr.,

Mac
51).
und
ion
llel
23,

ges
13,

iled
eres

ons
tro-
11).
ild-
ser-
aule

des

tik,

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
147 635
Dépôt légal, Imprimeur, 1955, n° 1010

Le Gérant : L. P. BOULANGER.